

1. Übungsblatt zur Numerik I

Abgabe: Dienstag, 15.04.2008, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: *Zahldarstellungen*

a) Bestimmen Sie die normalisierte Dezimaldarstellung der folgenden Dualzahlen

$$1001.11, \quad 10.\overline{010}, \quad 101.\overline{0011}.$$

(6 Punkte)

b) Bestimmen Sie die normalisierte Dualdarstellung der folgenden Dezimalzahlen

$$311, \quad 6.25, \quad 0.\overline{1}, \quad 3.\overline{9}.$$

(8 Punkte)

Aufgabe 2: *Maschinenzahlen*

Bestimmen Sie für die folgenden Systeme $M(p, m, n)$ von Maschinenzahlen zur Basis p , Mantissenlänge m und Exponentenlänge n jeweils die Kenngrößen

- Anzahl darstellbarer Zahlen $\#M(p, m, n)$
- betragskleinste und -größte Maschinenzahlen $0 < x_{\min}, x_{\max} \in M(p, m, n)$
- relative Maschinengenauigkeit ϵ_{ps}

(i) $M(10, 10, 2)$ (handelsüblicher Taschenrechner)

(ii) $M(2, 24, 7)$ (entspricht IEEE single precision)

(iii) $M(2, 53, 10)$ (entspricht IEEE double precision)

Nähere Informationen zu den IEEE-Standards gibt es auf der Vorlesungshomepage.

(12 Punkte)

Bitte wenden!

Aufgabe 3: *Vermeidbare Auslöschung, Kondition und Stabilität*

- a) Formen Sie den Ausdruck $\sqrt{x + \frac{1}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}}$ so um, dass seine Auswertung für $x \gg 1$ gutartig ist.
- b) Betrachten Sie die Funktion $f(x) := \sqrt{1 + x^2} - x$ für $x \geq 0$.
- Zeigen Sie, dass die relative Kondition $\kappa_{\text{rel}}(x)$ von f für $x \rightarrow \infty$ gleichmäßig beschränkt bleibt.
 - Wie verhält sich für $x \rightarrow \infty$ der absolute Fehler, wenn nur bei der Addition $1 + x^2$ ein relativer Fehler $\varepsilon \leq \text{eps}$ erzeugt wird? Geben Sie eine stabilere Form von f an.

(2+4 Punkte)

Organisatorisches:

- Versehen Sie bitte Ihre Lösungsblätter auch mit dem Namen des Tutors.
- Abgabe in Zweiergruppen ist erlaubt.

Scheinkriterien:

- jeweils 50% der Punkte aus den theoretischen und praktischen Übungsaufgaben
- erfolgreiche Teilnahme an der Klausur (150 Min.)