Philipps-Universität Marburg **Sommersemester 2017**
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. T. Surowiec, A. Kröck, A. Sieber

Übungen zur Nichtlinearen Optimierung
6. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 (Quasi-Newton-Verfahren) (10)
Betrachten Sie das Problem
$$\min \quad f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx - c^T x$$
mit
$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \text{ und } c = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

Verwenden Sie den Startpunkt $x_0 = (0,0,0)^T$ und $B_0 = I$. Verwenden Sie außerdem die exakte Liniensuche.

(i) Lösen Sie das Problem mit der symmetrischen Rank-1-Quasi-Newton-Methode.

(ii) Lösen Sie das Problem mit der BFGS-Quasi-Newton-Methode.

(iii) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse.

Aufgabe 2 (Symmetrische Rank-1-Updates) (10)
Sei B_{k+1} durch die symmetrische Rank-1-Update-Formel (SR1) aus B_k bestimmt. Nehmen Sie an, dass die zugehörige Quasi-Newton-Methode auf eine n-dimensionale, strikt konvexe, quadratische Funktion f angewandt wird, und dass die Vektoren $s_0, \dots, s_{n-1}$ linear unabhängig sind. Nehmen Sie weiter an, dass $(y_i - B_i s_i)^T s_i \neq 0$ für alle i gilt.

(i) Zeigen Sie, dass $B_{k+1}s_i = y_i$ für alle $i = 0, 1, \dots, k$ gilt.

(ii) Zeigen Sie, dass die Methode nach maximal $n+1$ Iterationen terminiert. Nutzen Sie diese Aussage um zu zeigen, dass $B_n = \nabla^2 f$ gilt.

(Beachten Sie, dass in dieser Aufgabe keine Annahmen zur verwendeten Liniensuche gemacht werden.)

Aufgabe 3 (Sekanten-Methode) (10)

Sei f eine strikt konvexe, quadratische Funktion in einer Variablen. Zeigen Sie, dass die Sekanten-Methode zur Minimierung dieser Funktion für alle Startpunkte x_0 und x_1 nach genau einer Iteration terminiert.

Aufgabe 4 (Sherman-Morrison-Woodbury-Formel) (10)

Verwenden Sie die Sherman-Morrison-Woodbury-Formel, um die inverse Matrix H_{BFGS} von B_{BFGS} zu bestimmen.

Abgabe: Dienstag, 13. Juni 2017, vor der Vorlesung