Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. Harald Upmeier
Dr. Octavio Paniagua
Sascha Henzgen

Wintersemester 2012/2013

Übungen zur Mathematischen Logik
– Blatt 1 –
Abgabe Donnerstag, 25.10.2012 vor der Vorlesung

$$\mathbf{N} = \{n \in \mathbf{Z} : n \geq 0\}$$

Aufgabe 1 (4 Punkte). Sei $U = \mathbf{N}$ eine Relations-Algebra mit der Regel

$$R_1 = \{(n, n+1) : n \in \mathbf{N}\}$$

Untersuche, ob die folgenden Teilmengen $V \subset \mathbf{N}$ abgeschlossen sind oder nicht (mit Begründung)

a) $V_1 = \{1, 2, 4\}$

b) $V_2 = \{n \in \mathbf{N} : n \geq 5\} = \{5, 6, 7, ...\}$

c) $V_3 = \{n \in \mathbf{N} : n \geq 3, n \neq 7\} = \{3, 4, 5, 6, 8, 9, ..\}$

d) $V_4 = \{n \in \mathbf{N} : n \geq 3, n \text{ ungerade}\} = \{3, 5, 7, 9, ...\}$

Aufgabe 2 (3 Punkte). Sei $U = \mathbf{N}$ eine Relations-Algebra mit der Regel

$$R_1 = \{(n, n+3) : n \in \mathbf{N}\}$$

Stelle R_1 in der diskreten Viertels-Ebene graphisch dar. Bestimme die logische Hülle der folgenden Teilmengen $W \subset \mathbf{N}$

a) $W_1 = \{0\}$

b) $W_2 = \{3k : k \in \mathbf{N} : k \geq 2\} = \{6, 9, 12, 15, ...\}$

Aufgabe 3 (5 Punkte). Sei $U = \mathbf{Z}$ eine Relations-Algebra mit den Regeln

$$R_1 = \{(x, -x) : x \in \mathbf{Z}\}$$

$$R_2 = \{(x, y, x+y) : x, y \in \mathbf{Z}\}$$

Stelle R_1 in der diskreten Ebene graphisch dar. Setze $\underline{U} := \{1\}$. Welche der folgenden Sequenzen sind logische Ableitungen (gebe jeweils jeden Begründungsschritt an)

a) $1|-1|0|1|2|3$

b) $1|-1|0|1|2|4$

c) $1|-1|2|3$

d) $1|-1|0|2$

e) $1|0|1|2|3$

Aufgabe 4 (2 Punkte). Bestimme die Menge $\overline{\underline{U}}$ aller ableitbaren Elemente von $U = \mathbf{Z}$, wie in Aufgabe 3.