

Übungen zur Mathematischen Logik

– Blatt 2 –

Abgabe Donnerstag, 01.11.2012 vor der Vorlesung

Aufgabe 5 (4 Punkte). Benutze den Rekursions-Satz für $U = \mathbf{N}$, um eine Abbildung

$$\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}, n \mapsto \tilde{n}$$

zu konstruieren, welche die Potenz $\tilde{n} = k^n$ realisiert. Hier sei $k \in \mathbf{N}, k > 0$ fest gewählt. Bestimme hierzu den Zustandsraum Y sowie die notwendigen Funktionen $\tilde{0} \in Y$ und $\tilde{f}_1 : U \times Y \rightarrow Y$.

Aufgabe 6 (4 Punkte). Benutze den Rekursions-Satz für $U = \mathbf{N}$, um eine Abbildung

$$\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}, n \mapsto \tilde{n}$$

zu konstruieren, welche die Fakultätsabbildung $\tilde{n} = n!$ realisiert. Bestimme hierzu den Zustandsraum Y sowie die notwendigen Funktionen $\tilde{0} \in Y$ und $\tilde{f}_1 : U \times Y \rightarrow Y$.

Aufgabe 7 (4 Punkte). Sei

$$\mathcal{S} = \{s_0, s_1, s_2, \dots\}$$

eine Symbol-Menge mit genau einem k -stelligen Symbol s_k für jedes $k \in \mathbf{N}$. Bestimme alle Terme (=ableitbaren Worte) der Länge ≤ 5

Aufgabe 8 (4 Punkte). Sei $\mathcal{S} = \{s_0, t_0, s_1, s_2, t_2, s_3\}$.

a) Zeige dass das Wort

$$w := t_2 s_1 t_0 s_3 t_0 s_1 s_0 s_2 t_0 s_0$$

ein Term ist. Gebe eine Ableitung von w an,

- 1) mittels einer Sequenz von Termen.
- 2) als Ableitungsbaum

a) Sind folgende Worte Terme

$$w_1 = s_1 t_0 t_2 t_1 t_0 s_0$$

$$w_2 = t_2 t_0 s_3 t_0 t_2 s_0 s_0$$

Gebe jeweils eine Begründung an.