

Übungen zur Mathematischen Logik
– Blatt 7 –
Abgabe Donnerstag, 06.12.2012 vor der Vorlesung

Aufgabe 23 (4 Punkte). Beweise analog zur Vorlesung die Beziehung

$$[A] \wedge [B] = [A \wedge B]$$

für Formeln A, B . Beschreibe zunächst in Worten, was diese Beziehung überhaupt bedeuten soll.

Aufgabe 24 (4 Punkte). Beweise analog zur Vorlesung die Beziehung

$$([A] \vee [B]) \wedge [C] = ([A] \wedge [C]) \vee ([B] \wedge [C])$$

für Formeln A, B, C . Beschreibe zunächst in Worten, was diese Beziehung überhaupt bedeuten soll.

Aufgabe 25 (4 Punkte). In der Vorlesung wird gezeigt, dass das grösste Element e in der Quotienten-Algebra $A := (\mathcal{P}^{\mathcal{J}})/\sim$ gegeben ist durch

$$e = \{A \in \mathcal{P}^{\mathcal{J}} : A \text{ ableitbar}\} = (\mathcal{P}_0^{\mathcal{J}})^{\mathcal{K}}$$

Zeige, dass umgekehrt das kleinste Element o in A gegeben ist durch

$$o = \{A \in \mathcal{P}^{\mathcal{J}} : \overline{A} \text{ ableitbar}\} = \overline{(\mathcal{P}_0^{\mathcal{J}})^{\mathcal{K}}}$$

Hierbei ist bei der Hüllenbildung der Querstrich weggelassen, um eine Verwechslung mit dem Komplement-Querstrich zu vermeiden.

Aufgabe 26 (4 Punkte). Sei X eine Menge mit mindestens zwei Elementen, und $\mathcal{P}(X) = 2^X$ die Potenzmenge aller Teilmengen von X . Zeige, dass für ein festes $x_0 \in X$

$$\mathcal{M} = \{Y \subset X : x_0 \notin Y\}$$

ein Ideal in $\mathcal{P}(X)$ bezüglich der Inklusions-Ordnung ist, welches maximal ist. Hinweis: Zur Begründung der Maximalität benutze, dass $X \setminus \{x_0\}$ zu $\mathcal{M}$ gehört.