

Übungen zur Mathematischen Logik

– Blatt 10 –

Abgabe Donnerstag, 17.01.2013 vor der Vorlesung

Aufgabe 35 (8 Punkte). Sei $U = \mathcal{P}(\mathbf{N})$ ein Mengen-Modell mit $s_0^* = \{1\}$, $s_2^*(X, Y) = X \setminus Y$ (Mengen-Komplement) und 1-stelligen Prädikaten

$$p_1^* = \{X \subset \mathbf{N} : |X| \leq 100\}$$

$$\tilde{p}_1^* = \{X \subset \mathbf{N} : |X| \text{ endlich gerade}\}$$

mit $|X|$ =Kardinalität von X (Anzahl der Elemente). Setze als Belegung

$$\alpha(x_n) = \{0, 1, \dots, n\}$$

- a) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\vee(t)$ für den Term

$$t = s_2 x_7 s_2 s_0 x_5$$

- b) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\wedge(P)$ für die Primformeln $p_1 t$ und $\tilde{p}_1 t$

- c) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\wedge(A)$ für die Formel

$$A = \bigwedge_{x_5} p_1 t$$

- d) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\wedge(B)$ für die Formel

$$B = (\bigwedge_{x_5} p_1 t) \wedge (\bigvee_{x_4} \tilde{p}_1 t)$$

Aufgabe 36 (8 Punkte). Sei $\mathbf{N}$ das Zahlenmodell mit $s_0^* = 5$, $s_2^*(m, n) = m \cdot n$ und $p_2^* = \{(m, n) \in \mathbf{N} : 2m < n\}$. Setze als Belegung

$$\alpha(x_n) = n^2$$

- a) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\vee(t)$ für den Term

$$t = s_2 s_2 x_3 x_4 s_0$$

- b) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\wedge(P)$ für die Primformel $P = p_2 s_0 t$

- c) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\wedge(A)$ für die Formel

$$A = \bigvee_{x_4} \bigwedge_{x_3} p_2 s_0 t$$

- d) Bestimme die Fortsetzung $\alpha^\wedge(B)$ für die Formel

$$B = \bigwedge_{x_3} \bigvee_{x_4} p_2 s_0 t$$