

Übungen zur Mathematischen Logik
 – Blatt 12 –
 Abgabe Donnerstag, 31.01.2013 vor der Vorlesung

Sei $X = \{x_0, x_1, \dots\}$. Betrachte die Prim-Formel

$$A = p_2 s_2 x_0 x_1 \tilde{s}_2 x_2 s_1 x_3$$

und die Term-Belegung

$$\gamma = \iota_{x_0 | x_1}^{t_0 | \tilde{s}_2 x_4 x_4}$$

wobei t_0 ein beliebiger Term ist.

Aufgabe 40 (8 Punkte). Bestimme die Substitution

$$\gamma \circ \bigvee_{x_0} \bigwedge_{x_3} A$$

mittels der folgenden Schritte

- a) Bestimme die Variable $z = (x_0)_{\gamma}^{| \bigwedge_{x_3} A |}$
- b) Bestimme die Term-Belegung $\eta = \gamma_{x_0}^z$
- c) Bestimme die Variable $w = (x_3)_{\eta}^{| A |}$
- d) Bestimme die Term-Belegung $\eta_{x_3}^w$
- e) Bestimme die Substitution $\eta \circ \bigwedge_{x_3} A$
- f) Bestimme die Substitution $\gamma \circ \bigvee_{x_0} \bigwedge_{x_3} A$

Aufgabe 41 (8 Punkte). Sei $\mathcal{U} = \mathbf{N}$ das grosse Zahlenmodell mit $s_2^*(m, n) = m + n$, $\tilde{s}_2^*(m, n) = m \cdot n$, $s_1^* n = n + 1$ und $p_2^* = \{(m, n) \in \mathbf{N} \times \mathbf{N} : m < n\}$. Betrachte die Belegung

$$\alpha(x_j) = 3j \in \mathbf{N}$$

für $j = 0, 1, \dots$

- a) Bestimme die Belegung $\alpha^\vee \circ \gamma : X \rightarrow \mathbf{N}$
- b) Bestimme den Wahrheitswert $(\alpha^\vee \circ \gamma)^\wedge \bigvee_{x_0} \bigwedge_{x_3} A \in \{0, 1\}$
- c) Bestimme den Wahrheitswert $\alpha^\wedge (\gamma \circ \bigvee_{x_0} \bigwedge_{x_3} A)$

Hinweis: Diese beiden Werte sollen unabhängig berechnet werden, obwohl sie nach dem allgemeinen Satz übereinstimmen. Das Ergebnis der Substitution aus der vorigen Aufgabe kann benutzt werden.