

## Mathematische Logik Klausur-Vorbereitung II

### Aufgabe 8.

a) Zeige, dass die Formeln

$$\overline{A \wedge B} \rightarrow (\overline{A} \vee \overline{B})$$
$$(\overline{A} \vee \overline{B}) \rightarrow \overline{A \wedge B}$$

Tautologien der Aussagenlogik sind.

b) Gebe eine Ableitung dieser beiden Formeln im Kalkül der Aussagenlogik an.

**Aufgabe 9.** Zeige mit dem Vergleichslemma, dass die Formel

$$\overline{A \wedge B} \rightarrow (\overline{A} \wedge \overline{B})$$

keine Tautologie der Aussagenlogik ist. Zeige, dass die umgekehrte Formel

$$(\overline{A} \wedge \overline{B}) \rightarrow \overline{A \wedge B}$$

eine Tautologie der Aussagenlogik ist.

**Aufgabe 10.** Zeige, dass die Formel

$$A \wedge A \rightarrow B$$

die Formel

$$A \rightarrow B$$

impliziert, d.h.  $A \rightarrow B$  ist aus dem Aussagen-Logikkalkül unter Hinzunahme der Formel  $A \wedge A \rightarrow B$  ableitbar.

**Aufgabe 11.** Seien  $P, Q$  Primformeln. Welche der folgenden (polnischen) Worte sind Formeln?

- a)  $PQ$
- b)  $\rightarrow PQ$
- c)  $P \rightarrow Q$
- d)  $\rightarrow P$

Gib jeweils eine Begründung an.

**Aufgabe 12.** Seien  $A_1, A_2 \dots$  Aussagen. Zeige, dass das (polnische) Wort

$$\rightarrow \vee A_3 A_7 \wedge \neg A_4 \rightarrow A_8 A_1$$

eine Formel der Aussagenlogik ist. Schreibe diese Formel naiv, und gebe einen Ableitungsbaum an.