Fachbereich Mathematik und Informatik
der Philipps-Universität Marburg
Stephan Dahlke   Thorsten Raasch

WS 2003/04

12. Übungsblatt zur Analysis I

Abgabe: 13.2.2004, 11 Uhr

Aufgabe 45:

Zeige Korollar 7.2.4 der Vorlesung: Seien $f, g : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ beschränkt. Dann gilt

(i) $\int_* (f+g)(x)dx \geq \int_* f(x)dx + \int_* g(x)dx$

(ii) $\forall \lambda > 0 : \int_* (\lambda f)(x)dx = \lambda \int_* f(x)dx$

(iii) $\forall \lambda < 0 : \int^* (\lambda f)(x)dx = \lambda \int_* f(x)dx$

(à 1)

Aufgabe 46:

Zeige die noch nicht bewiesenen Teile von Satz 7.2.10 der Vorlesung: Seien $f, g : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ integrierbar und $\lambda \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

(i) λf ist integrierbar und $\int_a^b (\lambda f)(x)dx = \lambda \int_a^b f(x)dx$.

(ii) Falls $f \leq g$, dann $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$.

(à 1)

Aufgabe 47:

Zeige, dass $\int_0^1 e^x dx$ existiert und berechne den Integralwert mit Ober- und Unterintegralen.
Hinweis: Verwende möglichst einfache Treppenfunktionen. (4)

Aufgabe 48:

Sei $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ integrierbar. Beweise:

(i) Falls $f(x) \geq \delta > 0$ für alle $x \in [a, b]$, so ist $\frac{1}{f}$ auf $[a, b]$ integrierbar.

(ii) Sei f stetig in $[a, b]$, $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$ und $\int_a^b f(x)dx = 0$. Dann gilt $f(x) = 0$ für alle $x \in [a, b]$.

(iii) Sei f stetig in $[a, b]$ und $\int_a^b f(x)g(x)dx = 0$ für alle integrierbaren Funktionen $g : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$. Dann gilt $f(x) = 0$ für alle $x \in [a, b]$.

(à 2)

Das Analysis-Team wünscht viel Erfolg bei der 2. Teilklausur (19.2.2004, 16 c.t. - 19 Uhr, HG 114) und ggf. bei der Nachklausur (14.4.2004, 10 c.t. - 13 Uhr, HS 4, Lahnberge)!