Fachbereich Mathematik und Informatik
der Philipps-Universität Marburg
Stephan Dahlke Thorsten Raasch

SS 2004

1. Übungsblatt zur Analysis II

Abgabe: 27.4.2004, 9 Uhr (in der Vorlesung)

Aufgabe 1:

Berechne die folgenden Integrale:

(i) $\int_1^2 x^3 \log(x) dx$

(ii) $\int_0^\pi e^x \sin(x) dx$

(iii) $\int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+4} dx$

(iv) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^3} dx$

(v) $\int_0^2 \frac{x}{x^2-3x-4} dx$

(vi) $\int_0^1 \frac{1}{x^3+1} dx$

(à 1)

Aufgabe 2:

Überprüfe, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren und berechne ggf. deren Werte:

(i) $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$

(ii) $\int_1^2 \frac{1}{x^2-3x+2} dx$

(à 2)

Aufgabe 3:

Sei $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeige:

(i) Falls $\int_a^b f(x)dx = 0$, so existiert ein $\xi \in (a,b)$ mit $f(\xi) = 0$.

(ii) Falls $\int_a^b x^n f(x)dx = 0$ für $0 \leq n < N$ und ein festes $N \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, so existieren $\xi_1, \ldots, \xi_N \in (a,b)$ mit $f(\xi_1) = \cdots = f(\xi_N) = 0$.

Bem.: Die Zahlen $M_n := \int_a^b x^n f(x)dx$ heißen die Momente von f. (1+2)

Aufgabe 4:

Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(i) $\sum_{n=1}^\infty n e^{-n^2}$

(ii) $\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{(1+n^2)\arctan(n)}$

(iii) $\sum_{n=2}^\infty \frac{\log(n)}{\sqrt{n}}$

(à 1)

Klausurtermine:
Es wird nur eine Klausur geschrieben (**Donnerstag, 15.7.2004, 16–19 Uhr, HG 114**).
Termin und Raum für die Nachklausur wird noch bekannt gegeben.