

Übungen zur LINEAREN OPTIMIERUNG

1. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Die Firma GG-GmbH produziert und verkauft Geistige Getränke, Bourbon und Whisky. Eine Sättigung des Marktes ist nicht erkennbar, Produkte können uneingeschränkt abgesetzt werden. Allerdings besitzt die Destillieranlage nur eine Kapazität von 20000 Arbeitsstunden im Quartal und zur Produktion von Bourbon werden 3 Maschinenstunden pro Liter, für Whisky dagegen 4 benötigt. Die Grundkosten (Rohstoffe, etc.) für Bourbon liegen bei 3 EUR pro Liter, für Whisky nur bei 2 EUR. Die Finanzierungskosten sind auf 4000 EUR beschränkt, allerdings wird erwartet, dass 45% der Bourbon-Produktion und 30% der Whisky-Produktion schon im Quartal abgesetzt werden und der Erlös von 5 EUR (Bourbon) und 4.5 EUR (Whisky) zur Finanzierung verwendet wird. (5)

a) Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm mit dem Ziel der Gewinnmaximierung. Zeichnen Sie die zulässige Menge in der Ebene und bestimmen Sie den Produktionsplan mit maximalem Gewinn.

b) In der Geschäftsleitung gibt es keine Einigkeit in der Frage, ob eine stillgelegte Maschine zur Erhöhung der Produktion notdürftig repariert werden soll. Dies würde die Anzahl der Maschinenstunden im Quartal um 2000 erhöhen, aber die Finanzierungskosten um 250 EUR verringern. Was empfehlen Sie?

Aufgabe 2 Es gebe m Firmen, deren Abfall entsorgt werden soll. Dafür stehen n Abnehmer zur Verfügung. In Firma i fällt eine Abfallmenge von a_i Tonnen an, Abnehmer j kann eine Menge von b_j Tonnen abnehmen. Man möchte die Entsorgung über K Sammelstellen durchführen. Die Sammelstelle k hat Fixkosten f_k , eine Kapazität von q_k Tonnen und Betriebskosten t_k pro Tonne Abfall. Seien c_{ik} bzw. \bar{c}_{kj} die Transportkosten pro Tonne für den Transport von Abnehmer i zu Sammelstelle k bzw. von Sammelstelle k zu Abnehmer j . (3)

Formulieren Sie ein lineares Programm, das einen kostenminimalen Entsorgungsplan der gesamten Abfallmenge liefert.

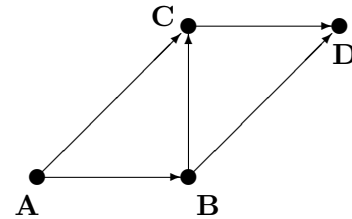
bitte wenden

Aufgabe 3 Es wird ein Transportproblem in dem gezeigten Netzwerk betrachtet. (3)

Dabei sollen Transporte nur in Pfeilrichtung erfolgen, die Kosten für den Transport einer Einheit seien

längs:	AB	AC	BC	BD	CD
$c =$	2	5	1	4	2

Der Knoten **A** liefert 5 Einheiten, Abnehmer sind die Knoten **C** (Bedarf 1) und **D** (Bedarf 4). Knoten **B** ist ein Umschlagplatz ohne eigenen Bedarf.



a) Führen Sie einen Vektor $x \in \mathbb{R}^5$ für die Transporte längs Kanten ein und stellen Sie für jeden Knoten eine Bilanzgleichung der ein- und ausgehenden Mengen auf. Formulieren Sie damit das Transportproblem mit Restriktionen der Form $Ax = b, x \geq 0$. Hat die Matrix A vollen Rang?

b) Eine alternative Formulierung betrachtet Gesamtwege (**AC**, **ABC**, ...) von **A** zu den Abnehmern **C** und **D**. Geben Sie die Problembeschreibung für diese Variante an mit Restriktionen der Form $Dy = f, y \geq 0$.

Abgabe: Donnerstag, 22.10.15, vor der Vorlesung.