Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2015/16**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, B. Küster

Übungen zur Linearen Optimierung
3. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit (3)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

(i) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung von A (ohne Pivotisierung) und lösen Sie damit das Gleichungssystem $Ax = b$.

(ii) Die 1. Spalte von A soll nun durch den Vektor $c := (2, 1, 3)^T$ ersetzt werden. Passen Sie die LR-Zerlegung mit dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren an die neue Matrix A' an, in der die erste Spalte von A eliminiert und c am Ende der Matrix einfügt wird.

Aufgabe 2 Betrachten Sie den zulässigen Bereich $X := \{x \in \mathbb{R}^5 : Ax = b, x \geq 0\}$ mit (3)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & -6 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie zunächst, dass die letzte Gleichung redundant ist und entfernen Sie diese. Bestimmen Sie dann alle Basen A_J, die zu der zulässigen Basislösung $\bar{x} := (2, 0, 1, 0, 0)^T$ gehören. Verifizieren Sie, dass $\bar{x}$ tatsächlich eine zulässige Basislösung ist.

Aufgabe 3 Betrachten Sie das Problem (LP3) mit $c = (2, 1, 0, 3, 2, 4)^T$ sowie (4)

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 7 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & 1 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 18 \\ 10 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass $\bar{x} := (1, 0, 3, 0, 2, 0)^T$ eine zulässige Basislösung ist und bestimmen Sie alle von $\bar{x}$ ausgehenden elementaren Strahlen. Entlang welcher dieser elementaren Strahlen verkleinert sich der Wert der Zielfunktion?

Abgabe: Donnerstag, 05.11.15, vor der Vorlesung.