

10. Aufgabenblatt zur Mathematik II

Aufgabe 37 (*Stetige Differenzierbarkeit*) (4)

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x = 0 \\ x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , x \neq 0 \end{cases}.$$

Zeige, dass f auf ganz \mathbb{R} differenzierbar ist und bestimme die Ableitung. Ist f sogar stetig differenzierbar?

Aufgabe 38 (*Schranken für die Ableitung*) (3)

Es sei $a < b$, $f \in C^2[a, b]$ mit $f(a) = f(b) = 0$. Dabei ist $f \in C^2[a, b]$ so zu lesen, dass die Ableitungen stetig in a und b fortsetzbar sind. Zeige, dass

$$\|f'\|_{(a,b)} \leq (b - a) \|f''\|_{(a,b)}.$$

Aufgabe 39 (*Grenzwerte*) (5)

Untersuche die folgenden Grenzwerte auf Existenz und berechne sie gegebenenfalls.

(i) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\tan x},$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} - \frac{1}{\tan(x)}.$

Aufgabe 40 (*Extrema*) (4)

Bestimme alle lokalen und absoluten Extrema der Funktion

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto (x^3 - x + 2) \exp(-x).$$

Klausur am 16.07.15 von 16:15-18:15 im Audimax +2/0010.

Abgabe: Freitag, 03.07.15, vor der Vorlesung.