Philipps-Universität Marburg **Sommersemester 2015**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, D. Lellek

3. Aufgabenblatt zur Mathematik II

Aufgabe 10 *(Rechnen mit komplexen Zahlen)* (4)
Bringe die folgenden Ausdrücke auf die Form $x + \mathbf{i}y$ mit $x, y \in \mathbb{R}$.

(i) $(1 - \mathbf{i})^2(2 + \mathbf{i})^2$

(ii) $\frac{1+\mathbf{i}}{3-\mathbf{i}}$

(iii) $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}-\mathbf{i}}$, wobei $z = a + \mathbf{i}b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 11 *(Konvergenz von Folgen)* (6)
Bestimme, ob die unten stehenden Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ konvergent sind. Gib im Falle der Konvergenz den Grenzwert an.

(i) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

(ii) $a_n = \left(\frac{1+(-1)^n}{n+1}\right)$

(iii) $a_n = \frac{1+n+n^2}{1-2n^2}$

(iv) $a_n = \frac{n^2}{n+1}$

Aufgabe 12 *(Konvergenz komplexwertiger Folgen)* (4)
Der Konvergenzbegriff überträgt sich direkt auf Folgen $(z_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ komplexer Zahlen $z_n \in \mathbb{C}$. Eine solche Folge heißt konvergent gegen $z \in \mathbb{C}$, falls für jedes $\varepsilon > 0$ ein $N(\varepsilon) \in \mathbb{N}_0$ existiert mit $|z_n - z| < \varepsilon$ für alle $n \geq N(\varepsilon)$.

Zeige, dass eine Folge komplexer Zahlen genau dann gegen $z \in \mathbb{C}$ konvergiert, falls die reellen Folgen der Real- und Imaginärteile konvergieren, also $\mathbf{Re}\, z_n \to \mathbf{Re}\, z$ und $\mathbf{Im}\, z_n \to \mathbf{Im}\, z$ gilt.

Aufgabe 13 *(Konvergenz von Produkten)* (4)

(i) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine Nullfolge, also $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine beschränkte Folge. Zeige, dass auch $(a_n b_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine Nullfolge ist.

(ii) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine konvergente Folge und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine beschränkte Folge. Ist dann stets auch $(a_n b_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ konvergent?

Abgabe: Freitag, 15.05.15, vor der Vorlesung.