

6. Aufgabenblatt zur Mathematik II

Aufgabe 22 (Konvergenzradien) (4)

Berechne die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} x^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n} x^n$

Aufgabe 23 (Cauchy-Produkt) (4)

Bestimme für $|x| < 1$ die Potenzreihenentwicklung für $1/(1-x)^2$ und $1/(1-x)^3$ durch Berechnung der Koeffizienten b_n, c_n in

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n = \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n \right)^2, \quad \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n \right).$$

Aufgabe 24 (Hyperbolische Funktionen) (6)

Mit Hilfe der Exponentialreihe $\exp(x)$ werden folgende Ausdrücke definiert:

$$\sinh(x) := \frac{1}{2} (\exp(x) - \exp(-x)),$$
$$\cosh(x) := \frac{1}{2} (\exp(x) + \exp(-x)).$$

Beweise, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

(a) $\sinh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad \cosh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

(b) $\sinh(x+y) = \cosh(x) \sinh(y) + \sinh(x) \cosh(y),$
 $\cosh(x+y) = \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y).$

(c) $(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1$

Wie sieht der Graph für beide Funktionen ungefähr aus?

Aufgabe 25 (Binäre Zahldarstellung) (2)

Bestimme den Wert für diejenige Zahl, die im Binärsystem folgende Darstellung hat

$$0.1001001\overline{001}\dots = \sum_{k=0}^{\infty} b^{3k+1}, \quad b = \frac{1}{2}.$$

Abgabe: Freitag, 05.06.15, vor der Vorlesung.