Philipps-Universität Marburg **Sommersemester 2015**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, D. Lellek

9. Aufgabenblatt zur Mathematik II

Aufgabe 34 *(Landau-Symbole)* (4)

Sei $a \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ und $f, g, h : \mathbb{R} \to [0, \infty)$. Zeige für $x \to a$:

(i) $f(x) = \mathcal{O}(g(x)),\ g(x) \leq h(x) \ \Rightarrow\ f(x) = \mathcal{O}(h(x))$,

(ii) $f(x) = \mathcal{O}(g(x) + h(x)) \ \Leftrightarrow\ f(x) = \mathcal{O}(\max\{g(x), h(x)\})$,

(iii) $f(x) = x^2 + x + 1,\ g(x) = x^2,\ a = \infty \ \Rightarrow\ f(x) = \mathcal{O}(g(x))$.

Aufgabe 35 *(Trigonometrische Funktionen)* (4)

Zeige, dass folgende Gleichungen für alle $x \in \mathbb{R}$ gelten:

(i) $\sin(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$,

(ii) $\cos(3x) = 4(\cos(x))^3 - 3\cos(x)$.

Aufgabe 36 *(Differentiation)* (6)

(i) Zeige direkt anhand der Definition, dass die Funktionen

$$f_1, f_2 : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad f_1(x) = \sqrt{x}, \quad f_2(x) = \sqrt[3]{x}.$$

auf ganz $(0, \infty)$ differenzierbar sind und bestimme deren Ableitung.

(ii) Untersuche, ob die folgenden Funktionen differenzierbar im Punkt 0 sind:

$$g_1, g_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g_1(x) = \begin{cases} x\sin(x) & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases} \quad g_2(x) = \begin{cases} x\cos(x) & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}.$$

Abgabe: Freitag, 26.06.15, vor der Vorlesung.