

Übungen zur Vorlesung NUMERISCHE BASISVERFAHREN  
Matlab-Übungsblatt

Die Übungen lassen sich mit Matlab und Octave gleichermaßen lösen.

**Aufgabe 1** (*Grundlagen*)

In dieser Aufgabe machen wir uns mit einigen grundlegenden Matrix-Vektor-Operationen in Matlab vertraut.

- Definiere zuerst die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

- Berechne dann die Matrix  $B := A^2$  und die Matrix  $C := (a_{i,j}^2)_{1 \leq i,j \leq 4}$ .
- Berechne das Matrix-Vektor-Produkt  $A \cdot b$  mit  $b := (1, 1, 1, 1)^T$ .
- Löse das Gleichungssystem  $Ax = b$ . Recherchiere, was Matlab macht, wenn das Gleichungssystem nicht eindeutig lösbar ist.
- Berechne die Determinante von  $A$  und die der Teilmatrix  $(a_{i,j})_{2 \leq i,j \leq 4}$ , die entsteht, wenn man die erste Zeile und Spalte von  $A$  streicht.
- Berechne die Eigenwerte von  $A$ . Recherchiere die passende Funktion in der Matlab-Hilfe.
- Schreibe ein Matlab-Skript, dass die obigen Schritte nacheinander ausführt. Die Ergebnisse sollten nachvollziehbar auf der Konsole ausgegeben werden. Teste dein Skript.

**Aufgabe 2** (*Ein erstes richtiges Programm*)

Wir möchten die Wurzel einer reellen Zahl  $a > 0$  berechnen. Ein altbekanntes numerisches Werkzeug dafür ist das Heron-Verfahren

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right), \quad x_0 > 0.$$

Man kann nachrechnen, dass das Verfahren konvergiert:  $x_n \rightarrow \sqrt{a}$  (eine typische Analysis-I-Übungsaufgabe). Wir wollen das Verfahren jetzt implementieren:

- Schreibe eine Funktion

`wurzel(a, n, x0),`

die die Wurzel von  $a$  mit  $n$  Schritten des Heron-Verfahrens ausgehend vom Startwert  $x_0$  näherungsweise berechnet.

- Schreibe ein Skript, das die Wurzel von  $a = 2$  mit obiger Funktion approximiert. Teste verschiedene Startwerte und Anzahlen von Iterationen.

Fortgeschrittene könne sich an den folgenden Verfeinerungen ausprobieren:

- Eine gut programmierte Funktion sollte falsche Eingabewerte erkennen. Überlege, welche Werte für  $a$ ,  $n$  und  $x_0$  sinnvoll sind. Für ungeeignete Eingabewerte soll die Funktion eine Fehlermeldung ausgeben. Recherchiere dazu die Methode `error` in der Matlab-Hilfe.
- Für den Nutzer ist es unkomfortabel, den Startwert und die Anzahl der Iterationen angeben zu müssen. Ändere das Programm dahingehend, dass es mit einem festen Startwert beginnt (es geht auch cleverer) und abbricht, wenn sich die Iterierten  $x_n$  nur noch sehr wenig ändern.

**keine Abgabe**