

Aufgaben zur Algebraischen Geometrie

Blatt 5

Abgabe am **Dienstag, 15.05.2012**, vor der Vorlesung

Auf dem gesamten Blatt arbeiten wir über einem algebraisch abgeschlossenen Körper K .

Aufgabe 17: Definitionsbereich einer rationalen Funktion (4 Punkte)

Sei $V = V(x^3 + x^2 - y^2) \subset \mathbb{A}^2$ der *Newtonsche Knoten* und $f \in K(V)$ die rationale Funktion $(x, y) \mapsto \frac{y}{x}$.

- (a) Bestimmen Sie das Ideal von V .
- (b) Liegt f sogar in $K[V]$?
- (c) Geben Sie den Definitionsbereich von f an.

Aufgabe 18: Ein Fortsetzungssatz (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine rationale Funktion $f \in K(\mathbb{A}^2)$, die auf $\mathbb{A}^2 - \{(0, 0)\}$ regulär ist, sogar auf ganz \mathbb{A}^2 regulär ist.

Mit anderen Worten: Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{O}_{\mathbb{A}^2}(\mathbb{A}^2 - \{(0, 0)\}) = K[x, y]$$

gilt.

Hinweis: Benutzen Sie, dass $K[\mathbb{A}^2]$ faktoriell ist.