PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Th. Bauer
D. Schmitz

Wintersemester 2011/2012

Aufgaben zur Elementaren Algebraischen Geometrie

Blatt 2

Abgabe am Dienstag, 1.11.2011 vor der Vorlesung

Aufgabe 4: Verbindungsräume *(4 Punkte)*

Sei V ein endlichdimensionaler K-Vektorraum. Wir betrachten zwei affine Unterräume

$$A = a + U \qquad \text{und} \qquad B = b + W$$

in V. Der *Verbindungsraum* $A \vee B$ von A und B ist der kleinste affine Unterraum, der A und B enthält. Zeigen Sie:

$$(a + U) \vee (b + W) = a + (U + W + Y),$$

wobei Y der Untervektorraum von V ist mit $a + Y = a \vee b$.

Hinweis: Unterscheiden Sie die Fälle $(a+U) \cap (b+W) \neq \emptyset$ und $(a+U) \cap (b+W) = \emptyset$. Überlegen Sie sich, dass $Y \subset U + W$ genau dann gilt, wenn $(a+U) \cap (b+W) \neq \emptyset$ ist.

Aufgabe 5: Dreiecke *(3 Punkte)*

Definieren Sie den Begriff „Inneres eines Dreiecks“ in der affinen Ebene $\mathbb{R}^2$ (z. B. durch Bezugnahme auf baryzentrische Koordinaten) und zeigen Sie dann, dass durch eine affine Transformation das Innere eines Dreickes auf das Innere des Bilddreiecks abgebildet wird. Warum lässt sich eine analoge Definition nicht über beliebigen Körpern (z. B. $\mathbb{C}$) angeben?

Aufgabe 6: Teilverhältnis *(4 Punkte)*

Finden Sie Formeln, die das Teilverhältnis $TV(x, a, b)$ mit den Teilverhältnissen $TV(x, b, a)$, $TV(a, x, b)$ und den übrigen Teilverhältnissen, die aus Permutation der Argumente resultieren, in Relation setzen.

Aufgabe 7: Schließungsfigur am Dreieck *(4 Punkte)*

Es folgt eine schöne Aufgabe aus dem Buch *Geometry* von Michèle Audin, Springer-Verlag, 2003 (Exercise I.32).

Let ABC be a triangle. Let M_0 be a point of the side AB. The parallel to BC through M_0 intersects AC at M_1. The parallel to AB through M_1 intersects BC at M_2 etc. This defines points M_i (for $i \geq 0$). Prove that $M_6 = M_0$.