PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Th. Bauer
D. Schmitz

Wintersemester 2011/2012

Aufgaben zur Elementaren Algebraischen Geometrie

Blatt 4

Abgabe am Dienstag, 15.11.2011 vor der Vorlesung

Aufgabe 12: Grundkörper positiver Charakteristik *(2 Punkte)*

Wir betrachten die affine Ebene K^2 über einem Körper K, in dem gilt

$$1 + 1 + 1 = 0. \tag{1}$$

Zeigen Sie, dass in jedem Dreieck in K^2 die Seitenhalbierenden parallel sind.

Hinweis: Welchen Richtungsvektor hat in einem Dreieck mit Eckpunkten a, b, c die Seitenhalbierende durch a? Überlegen Sie sich, dass Gleichung (1) äquivalent zur Gleichung $2 = -1$ ist.

Aufgabe 13: Parallelprojektionen *(3 Punkte)*

Es seien $L, M \in K^2$ zwei Geraden, die sich in genau einem Punkt a schneiden. Zeigen Sie: Eine affine Transformation $\pi : L \longrightarrow M$ ist genau dann eine Parallelprojektion, wenn $\pi(a) = a$ gilt.

Aufgabe 14: Parallelprojektionen *(3 Punkte)*

In der Vorlesung wurden Parallelprojektionen $L \longrightarrow M$ zwischen Geraden $L, M \in K^2$ in Richtung einer Geraden P behandelt.

(a) Definieren Sie analog im K^3 Parallelprojektionen zwischen Ebenen $E, F \in K^3$. (Wer übernimmt die Rolle von P?)

(b) Beweisen Sie, dass solche Projektionen affine Abbildungen sind.

(c) Welches sind die Fixpunkte einer Parallelprojektion zwischen Ebenen im K^3?

(Anregung: Wie würde man Parallelprojektionen zwischen Teilräumen irgendwelcher Dimension des K^n wohl definieren?)

Aufgabe 15: Umkehrung des Satzes von Ceva *(4 Punkte)*

(a) Beweisen Sie die Umkehrung des Satzes von Ceva für das Dreieck mit den Ecken $(0, 0), (0, 1), (1, 0)$, indem Sie eine explizite Rechnung in Koordinaten durchführen.

(b) Begründen Sie genau, wie aus (a) die Behauptung für beliebige Dreiecke folgt.