

### Übungen zur Stochastik 0/Mathematik III

– Blatt 5 –

Abgabe Freitag, 2.12.2005 Uhr s.t.

**Aufgabe 17** (4 Punkte). Auf einem Bauernhof sind erfahrungsgemäß 1 % der Kartoffeln angefault. Wie groß ist  $n$  zu wählen, damit in einem Korb mit  $n$  Kartoffeln mit Wahrscheinlichkeit  $\geq 0,85$  mindestens 120 essbare Kartoffeln sind.

Bestimmen Sie näherungsweise (und mit Hilfe eines Taschenrechners) das minimale  $n$ .

**Aufgabe 18** (mündlich). Aus einer Versammlung von  $N$  Personen, davon  $W$  Frauen und  $M$  Männer, werden zufällig  $n$  ausgewählt. Sei für eine Stichprobe  $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n) \in \Omega$   $X(\omega)$  die Anzahl der Frauen in dieser Stichprobe.

Zeigen Sie:  $X$  ist hypergeometrisch verteilt, d.h. mit  $m := n - w$  gilt

$$P(X = w) = \frac{\binom{W}{w} \cdot \binom{M}{m}}{\binom{N}{n}}$$

Begründen Sie, dass  $\sum_{w=0}^n P(X = w) = 1$  gilt.

**Aufgabe 19** (4 Punkte). Für  $A \subset \Omega$  sei  $1_A : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  die charakteristische oder Indikatorfunktion,

$$1_A(\omega) := \begin{cases} 1, & \omega \in A \\ 0, & \omega \notin A. \end{cases}$$

Zeigen Sie: Zwei Zufallsvariablen der Form  $X = 1_A$ ,  $Y = 1_B$  auf  $(\Omega, P)$  (mit  $A, B \subset \Omega$ ) sind genau dann unabhängig, wenn die Ereignisse  $A$  und  $B$  unabhängig sind.

Welche Zufallsvariablen  $X$  auf  $\Omega$  sind von sich selbst unabhängig?

**Aufgabe 20** (3 Punkte). Zeigen Sie: Ist  $X$  eine Zufallsvariable mit Werten in  $\mathbb{N}^*$ , so gilt

$$\text{a) } EX = \sum_{n=1}^{\infty} P(X \geq n), \quad \text{b) } E(X^2) = \sum_{n=1}^{\infty} (2n - 1) P(X \geq n).$$

### **Der schummelnde Bäcker:**

Ein Statistiker kauft jeden Morgen bei einem Bäcker 2 Brötchen, welche der Bäcker für ihn schon bereit legt. Aus fachlichem Interesse und einem angeborenen Misstrauen wiegt der Statistiker zu Hause die Brötchen nach und teilt dem Bäcker nach einigen Wochen mit: "60% ihrer Brötchen sind gegenüber dem Sollgewicht zu leicht".

Der Bäcker gelobt Abhilfe, und tatsächlich sind danach die Brötchen des Statistikers stets über dem Sollgewicht. Nach einigen Wochen stellt der Statistiker dennoch die Behauptung auf: "60% ihrer Brötchen sind immer noch zu leicht".

Erhellende Erklärungen werden mit Sonderpunkten belohnt.