

## Übungen zur Algebra II, WS 2002/03

Präsenzübung für das gemeinsame Tutorium  
am Montag, den 28.10. um 16:15 im HS 4

### Aufgabe 1. (*Charakteristik $p$* )

Sei  $p$  eine Primzahl und  $K$  ein Körper der Charakteristik  $p$ . Zeigen Sie: Für alle  $a, b \in K$  gilt

$$(a + b)^p = a^p + b^p \quad .$$

### Aufgabe 2. (*Algebraische Körpererweiterungen, Inverse*)

Wir betrachten die Körpererweiterung  $\mathbb{Q}(\sqrt{5}) = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \supset \mathbb{Q}$ . Finden Sie für beliebiges  $a + b\sqrt{5} \in \mathbb{Q}(\sqrt{5})$  eine Koordinatendarstellung des Inversen, d.h. finden Sie  $c, d \in \mathbb{Q}$  mit

$$(a + b\sqrt{5})^{-1} = c + d\sqrt{5} \quad .$$

### Aufgabe 3. (*Algebraische Körpererweiterungen, primitives Element*)

Wir betrachten nun die Körpererweiterung  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) \supset \mathbb{Q}$ .

- Bestimmen Sie den Grad der Körpererweiterung  $[\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) : \mathbb{Q}]$ .
- Finden Sie ein primitives Element, d.h. ein  $a \in \mathbb{C}$  mit  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(a)$ .