

Übungen zur Algebraischen Geometrie, WS 2003/04

Übung für das 6. Tutorium am 02.12.2003

Aufgabe 17. (*Polare*)

Sei $C = V(x_2^3 + x_0x_1^2) \subset \mathbb{P}^2$ die Neilsche Parabel. Bestimmen Sie alle Tangenten an C , die durch den Punkt $p = (1 : 0 : 1)$ gehen.

Aufgabe 18. (*Büschel*)

Seien $C_1, C_2 \subset \mathbb{P}^2$ zwei verschiedene Kegelschnitte, wobei C_1 glatt ist. Wieviele singuläre Elemente kann das von C_1 und C_2 erzeugte Büschel haben?

(Hinweis: Siehe Aufgabe 11.)

Aufgabe 19. (*Linearsysteme*)

Es seien vier verschiedene Punkte p_1, p_2, p_3, p_4 gegeben. Zeigen Sie:

$$\dim |2H - p_1 - p_2 - p_3 - p_4| = \begin{cases} 2 & \text{falls die } p_i \text{ auf einer gemeinsamen Geraden liegen,} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(Hinweis: Diskutieren Sie den Abfall der Dimensionen der Linearsysteme

$|2H - p_1| \supset |2H - p_1 - p_2| \supset |2H - p_1 - p_2 - p_3| \supset |2H - p_1 - p_2 - p_3 - p_4|$, zum Beispiel indem Sie geeignete Divisoren der Form $L + M$ mit Geraden L, M in \mathbb{P}^2 betrachten.)