

Übungen zur Analysis II, SS 2001

Präsenzübung für das erste Tutorium

Aufgabe 1. (mündlich) (*Taylorpolynom*)

Berechnen Sie das 5. Taylorpolynom der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x) := \sin^2(x)$ an der Stelle $a = \frac{\pi}{2}$.

Aufgabe 2. (mündlich) (*Gleichmäßige Konvergenz von Regelfunktionen*)

Es sei $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von Regelfunktionen $f_n : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, die gleichmäßig gegen eine Funktion $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ konvergiert. Zeigen Sie,

a) dass auch g eine Regelfunktion ist und

b) dass gilt $\int_a^b g = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f_n$.

Aufgabe 3. (mündlich) (*Punktweise Konvergenz von Regelfunktionen*)

Geben Sie eine Folge von Regelfunktionen $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ an, welche punktweise gegen die Dirichlet-Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x) := \begin{cases} 0 & \text{falls } x \notin \mathbb{Q}, \\ 1 & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

konvergiert.

(Hinweis: Wählen Sie eine Abzählung $(r_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von \mathbb{Q} und konstruieren Sie dadurch die Funktionen f_n .)