

Übungen zur Analysis II, SS 2001

Abgabe am Freitag, den 15.06.2001 vor der Vorlesung

Aufgabe 40. (*Begradigung*)

Betrachten Sie die Kreislinie in der Ebene

$$K := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\|_2 = 1\}.$$

Zeigen Sie, dass K eine eindimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^2$ ist, und geben Sie einen Diffeomorphismus $\varphi : U(1, 0) \rightarrow U(0, 0)$ an, so dass gilt $\varphi(1, 0) = (0, 0)$ und $\varphi(K \cap U(1, 0)) = \{(x, y) \in U(0, 0) \mid x = 0\}$.

Aufgabe 41. (*Taylorentwicklung*)

Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_{3,f,(1,1)}(z)$ der Ordnung 3 im Punkt $(1, 1)$ von der Funktion

$$\begin{aligned} f : (\mathbb{R}^+)^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto x^y + y^x. \end{aligned}$$

Aufgabe 42. (*Antipodenpaare*)

- a) Zeigen Sie, dass die n -Sphäre $S_n := \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \|x\|_2 = 1\}$ bogenzusammenhängend ist für $n \geq 1$.
- b) Folgern Sie, dass jede stetige Funktion $f : S_n \rightarrow \mathbb{R}$ ein Antipodenpaar mit gleichem Funktionswert besitzt, d.h. ein $\tilde{x} \in S_n$ mit $f(\tilde{x}) = f(-\tilde{x})$.
Bemerkung: Insbesondere gibt es auf der Erdoberfläche immer ein Antipodenpaar mit gleicher Temperatur.

Aufgabe 43. (**mündlich**) (*Zusammenhängende Mengen*)

Beweisen Sie, dass die Menge $M := \{(x, \sin(\frac{1}{x})) \mid x > 0\} \cup \{(0, y) \mid y \in [-1, 1]\} \subset \mathbb{R}^2$ zusammenhängend ist.

Zusatz: Zeigen Sie, dass M jedoch nicht bogenzusammenhängend ist (Beweis nicht einfach).

Die **Klausuren** zur Analysis finden an folgenden Terminen statt:

Klausur: Freitag, 06.07.2001 um 11 Uhr s.t. in HG 5 und HG 7

Nachschreibeklausur: Freitag, 05.10.2001 um 10 Uhr s.t. in HG 5

Jahresabschlussklausur: Donnerstag, 04.10.2001 um 9:30 Uhr s.t. in HG 5

Für die Jahresabschlussklausur (Vordiplomsklausur) ist eine Anmeldung bei Frau Teubner (Zimmer 8709, A8) erforderlich.
Außerdem ist der Personalausweis zur Klausur mitzubringen.