Übungen zur Analysis II, SS 2001

Abgabe am Freitag, den 15.06.2001 vor der Vorlesung

Aufgabe 40. *(Begradigung)*
Betrachten Sie die Kreislinie in der Ebene

$$K := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid ||x||_2 = 1\} .$$

Zeigen Sie, dass K eine eindimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^2$ ist, und geben Sie einen Diffeomorphismus $\varphi : U(1,0) \to U(0,0)$ an, so dass gilt $\varphi(1,0) = (0,0)$ und $\varphi(K \cap U(1,0)) = \{(x,y) \in U(0,0) \mid x = 0\}$.

Aufgabe 41. *(Taylorentwicklung)*
Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_{3,f,(1,1)}(z)$ der Ordnung 3 im Punkt $(1,1)$ von der Funktion

$$\begin{array}{rccc} f: & (\mathbb{R}^+)^2 & \to & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \mapsto & x^y + y^x \ . \end{array}$$

Aufgabe 42. *(Antipodenpaare)*

a) Zeigen Sie, dass die n-Sphäre $S_n := \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid ||x||_2 = 1\}$ bogenzusammenhängend ist für $n \geq 1$.

b) Folgern Sie, dass jede stetige Funktion $f : S_n \to \mathbb{R}$ ein Antipodenpaar mit gleichem Funktionswert besitzt, d.h. ein $\widetilde{x} \in S_n$ mit $f(\widetilde{x}) = f(-\widetilde{x})$.
Bemerkung: Insbesondere gibt es auf der Erdoberfläche immer ein Antipodenpaar mit gleicher Temperatur.

Aufgabe 43. (mündlich) *(Zusammenhängende Mengen)*
Beweisen Sie, dass die Menge $M := \{(x, \sin(\frac{1}{x})) \mid x > 0\} \cup \{(0,y) \mid y \in [-1,1]\} \subset \mathbb{R}^2$ zusammenhängend ist.
Zusatz: Zeigen Sie, dass M jedoch nicht bogenzusammenhängend ist (Beweis nicht einfach).

Die **Klausuren** zur Analysis finden an folgenden Terminen statt:

Klausur: Freitag, 06.07.2001 um 11 Uhr s.t. in HG 5 und HG 7
Nachschreibeklausur: Freitag, 05.10.2001 um 10 Uhr s.t. in HG 5
Jahresabschlussklausur: Donnerstag, 04.10.2001 um 9:30 Uhr s.t. in HG 5

Für die Jahresabschlussklausur (Vordiplomsklausur) ist eine Anmeldung bei Frau Teubner (Zimmer 8709, A8) erforderlich. Außerdem ist der Personalausweis zur Klausur mitzubringen.