Übungen zur Analysis II, SS 2001

Abgabe am Freitag, den 29.06.2001 vor der Vorlesung

Aufgabe 48.
Bilden Sie die Ableitung der Funktion

$$\begin{aligned} f: \quad \mathbb{R}^+ &\to \mathbb{R} \\ y &\mapsto \int_1^2 \frac{\sin(xy)}{x}\, dx \ . \end{aligned}$$

Aufgabe 49.
Lösen Sie die Differentialgleichungen

a) $$y' = \cos(x) \cdot \exp(y) \qquad D := \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ ,$$

b) $$y' = \frac{x}{1-x^2} \cdot y - \frac{1}{1-x^2} \qquad D := (-1,1) \times \mathbb{R} \ .$$

Aufgabe 50.

a) Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$y'' - 3y' + 2y = 0 \ .$$

Zeigen Sie, dass es geeignete Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ gibt, so dass Lösungen der Form $\varphi(x) = \exp(\lambda x)$ existieren.

b) Betrachten Sie nun die Differentialgleichung

$$y'' - 4y' + 4y = 0 \ .$$

Zeigen Sie, dass es nun Lösungen der Form $\varphi(x) = \exp(\lambda x)$ und $\varphi(x) = x\exp(\lambda x)$ für geeignetes $\lambda \in \mathbb{R}$ gibt.

Aufgabe 51. (mündlich) *(Picard-Lindelöf)*
Berechnen Sie mit Hilfe des Picard-Lindelöfschen Iterationsverfahren eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} y' &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot y \ , \\ y(0) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} . \end{aligned}$$