Übungen zur Analysis II, SS 2001

Abgabe am **Freitag**, den 20.04.2001 vor der Vorlesung

Aufgabe 8. Sei $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie mit Hilfe des erweiterten Mittelwertsatzes der Integralrechnung, dass der Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} \int_0^1 x^{n-1} \cdot f(x)\, dx$ existiert.

Aufgabe 9. *(Regelfunktionen)*
Beweisen Sie, dass jede Regelfunktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ nur an abzählbar vielen Stellen $x \in [a,b]$ unstetig ist.

Aufgabe 10. Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ eine stetig differenzierbare Funktion und seinen $a \leq b$ zwei reelle Zahlen. Berechnen Sie

a) $\displaystyle\int_a^b \frac{f'}{f}$,

b) $\displaystyle\int_a^b f' \cdot f$.

Aufgabe 11. (mündlich) *(Integrale)*
Berechnen Sie die Integrale

a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arcsin(t)}{\sqrt{1-t^2}}\, dt$ (Hinweis : uneigentliches Integral) ,

b) $\displaystyle\int_2^3 \frac{dt}{t(t^2-1)}$ (Hinweis : Partialbruchzerlegung) .