

Übungen zur Analysis III, WS 2001/02

Abgabe am Donnerstag, den 13.12.2001 vor der Vorlesung

Aufgabe 25.

a) Seien α und s positive reelle Zahlen. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{[0,\infty]} \exp(-st) \sin(\alpha t) dt .$$

b) Dürfen Sie bei

$$\lim_{s \rightarrow 0} \int_{[0,\infty]} \exp(-st) \sin(t) dt$$

Limes und Integral vertauschen?

c) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{[0,\infty]} \exp(-st) \frac{1 - \cos(\alpha t)}{t} dt$$

durch Differenzieren nach α .

Aufgabe 26.

Seien $k < n$ natürliche Zahlen. Zeigen Sie, dass das Volumen jeder kompakten k -dimensionalen Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^n null ist.

Aufgabe 27.

Es sei

$$\begin{aligned} \psi : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ t &\mapsto (t, t^2, \dots, t^n) . \end{aligned}$$

Zeigen Sie auf zwei Arten, dass $\psi(\mathbb{R})$ eine eindimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^n ist:

- Indem Sie nachweisen, dass ψ Immersion und Homöomorphismus (zwischen \mathbb{R} und $\psi(\mathbb{R})$) ist.
- Indem Sie $\psi(\mathbb{R})$ als Nullstellenmenge einer geeigneten Abbildung darstellen.