

## Übungen zur Funktionentheorie I, SS 2004

Abgabe am Montag, den 10.05.2004 bis 11:10 Uhr vor der Vorlesung

### Aufgabe 7. (Rechnen mit Integrationswegen)

- a) Gegeben seien zwei Wege  $\gamma_1 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  und  $\gamma_2 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  mit  $\gamma_1(1) = \gamma_2(0)$ . Definieren Sie einen „zusammengesetzten“ Weg  $\gamma_1\gamma_2 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ , und zeigen Sie für integrierbare Funktionen  $f$ :

$$\int_{\gamma_1\gamma_2} f = \int_{\gamma_1} f + \int_{\gamma_2} f .$$

- b) Sei  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$  ein Weg. Definieren Sie den „umgekehrt durchlaufenen“ Weg  $\gamma^{-1} : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ , und zeigen Sie für integrierbare Funktionen  $f$ :

$$\int_{\gamma^{-1}} f = - \int_{\gamma} f .$$

- c) Sei  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$  ein Weg und  $g : [c, d] \rightarrow [a, b]$  eine stetig differenzierbare Funktion mit  $g(c) = a$  und  $g(d) = b$ . Zeigen Sie für  $\gamma \circ g : [c, d] \rightarrow \mathbb{C}$  und eine integrierbare Funktion  $f$ :

$$\int_{\gamma \circ g} f = \int_{\gamma} f .$$

### Aufgabe 8. (Kurvenintegral I)

Sei  $\gamma_1$ , bzw.  $\gamma_2$  der Weg von  $-i$  nach  $i$  entlang der Einheitskreislinie mit positiver, bzw. negativer Drehrichtung. Berechnen Sie

$$\int_{\gamma_1} \operatorname{Re}(z) dz \quad \text{und} \quad \int_{\gamma_2} \operatorname{Re}(z) dz .$$

### Aufgabe 9. (Kurvenintegral II)

Es sei  $\delta$  der Dreiecksweg von 0 über 1 und  $i$  zurück zu 0. Berechnen Sie

$$\int_{\delta} \exp(\operatorname{Re}(z)) [\cos(\operatorname{Im}(z)) - i \sin(\operatorname{Im}(z))] dz .$$