

Übungen zur Funktionentheorie I, SS 2004

Abgabe am Montag, den 12.07.2004 vor der Vorlesung

Aufgabe 33. (Residuen der logarithmischen Ableitung)

Sei f eine holomorphe Funktion mit einer Nullstelle der Ordnung $k \geq 1$ im Punkt $p \in \mathbb{C}$.
Zeigen Sie

$$\operatorname{Res} \left(\frac{f'}{f}, p \right) = k .$$

Aufgabe 34. (Reelle Integrale)

Berechnen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung des Residuenkalküls.

a) $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 - 2a \cos x + a^2} dx$, $a \in B_1(0)$,

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{8 - 4x + x^2} dx$,

c) $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{1 + x^2} dx$.

Aufgabe 35. (Satz von Rouché)

Wieviele Nullstellen (mit Vielfachheiten gezählt) besitzt die Funktion

$$f(z) = z^5 + iz^3 - 4z + i$$

im Kreisring $B_{1,2}(0)$?