Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. Ilka Agricola
Reinier Storm

Sommersemester 2015

Übungen zur Differentialgeometrie 2

– Blatt 4 –

Abgabe Donnerstag: 21.05

Aufgabe 1. Wir errinern uns an die Darstellungen $(\pi_n, P_n(\mathbb{C}))$ von $SU(2)$. Hier ist $P_n(\mathbb{C})$ der Raum aller homogene Polynomen von Grad n und $\pi_n(g) \cdot p(z) = p(g^{-1} \cdot z)$. Sei $T \subset SU(2)$ die folgende Untergruppe

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} e^{it} & 0 \\ 0 & e^{-it} \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}.$$

Für diese Aufgaben können Sie benutzen, dass die Menge aller Charaktere ein dichtes Funktionensystem in $L^2(SU(2))$ bildet.

a) Zeigen Sie, dass π_n irreduzibel ist.

b) Zeigen Sie, dass jede Klassenfunktion f völlig bestimmt ist durch $f|_T$.

Sei $C(SU(2))_K$ die Menge aller Klassenfunktionen und $C(T)_-$ die Menge aller Funktionen $f : T \to \mathbb{C}$, sodass $f(t^{-1}) = f(t)$.

c) Zeigen Sie, dass die Einschränkung $r : C(SU(2))_K \to C(T)_-$ eine Bijektion ist und dass r die Supremumsnorm erhält.

d) Zeigen Sie, dass die Charaktere χ_n in $C(SU(2))_K$ dicht liegen, bezüglich die Supremumsnorm. Hinweis:Benutzen Sie die Fourierreihe auf $S^1 \cong T$.

e) Sei $f \in C(SU(2))_K$. Zeigen Sie, dass wenn $f \perp \chi_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, dann $f = 0$.

f) Folgern Sie, dass jede endlich dimensionale Darstellung von $SU(2)$ äquivalent ist zu einer der π_n.