

(partial) order relation $P = \frac{x:y \in \mathfrak{H} \times \mathfrak{H}}{x \leq y} = \mathfrak{H} \leq \mathfrak{H} \subset \mathfrak{H} \times \mathfrak{H} \Leftrightarrow$

$$\text{refl} \begin{cases} x \leq x \\ x:x \in P \\ I \subset P \end{cases}$$

$$\text{asym} \begin{cases} x \leq y \leq x \Rightarrow x = y \\ x:y \in P \ni v:x \Rightarrow x = y \\ P \cap \overline{P} \subset I \end{cases}$$

$$\text{trans} \begin{cases} x \leq y \leq z \Rightarrow x \leq z \\ x:y \notin P \ni v:z \Rightarrow x:z \in P \\ PP \subset P \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq y \Leftrightarrow y \leq x & \Leftrightarrow x:y \in \overline{P} \\ x < y \Leftrightarrow x \leq y \wedge x \neq y & \Leftrightarrow x:y \in P \setminus I \\ x > y \Leftrightarrow y < x \Leftrightarrow x \geq y \wedge x \neq y & \Leftrightarrow x:y \in \overline{P \setminus I} = \overline{P \setminus I} \end{cases}$$

$$x \leq y < z \Rightarrow x < z$$

$$y < z \Rightarrow y \leq z \xrightarrow{1P} x \leq z$$

$$\nmid x = z \Rightarrow x \leq y < x \xrightarrow{0P} x = y \nmid$$

$$x < y \leq z \Rightarrow x < z$$

$$x < y \leq z \Rightarrow x < z$$