

$$\mathfrak{g} = \overset{+}{\mathfrak{g}} \times \overset{-}{\mathfrak{g}}$$

$$\mathfrak{g}^\sharp = \overset{+}{\mathfrak{g}^\sharp} \times \overset{-}{\mathfrak{g}^\sharp}$$

$$\mathfrak{g}^\sharp \xrightarrow[G \text{ inv}]{} \mathbb{R} \implies {}^-\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J} = 0$$

$$\ell \in \overset{-}{\mathfrak{g}^\sharp} = \overset{+}{\mathfrak{g}}^\perp$$

$$\underbrace{{}^-\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}}_{\ell} = \ell \overbrace{{}^-\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}} = \ell \overbrace{{}^-\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}} = \ell \overbrace{{}^-\mathsf{J} - \overset{+}{\mathsf{J}} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}} = \ell \overbrace{{}^-\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}} - \ell \overbrace{{}^+\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}}$$

$$= -\ell \overbrace{{}^+\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^-\mathsf{J}} = -\ell \overbrace{{}^+\mathsf{J} \underset{_}{\times} \overset{+}{\mathsf{J}}} = -\ell \overbrace{{}^+\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^+\mathsf{J}} + \ell \overbrace{{}^+\mathsf{J} \underset{_}{\times} {}^+\mathsf{J}} \stackrel{\in \overset{+}{\mathfrak{g}}}{=} 0$$