arith Summen

$$\sum_k^{1|n} k = \frac{n\,(n+1)}{2}\colon \quad \sum_k^{1|n} k^2 = \frac{1}{6} n\,(n+1)\,(2n+1)\colon \quad \sum_k^{1|n} k^3 = \left(\frac{n\,(n+1)}{2}\right)^2\colon \quad \sum_k^{1|n} k^d \leqslant n^{d+}$$

geom Summen

$$q \neq 1\colon \quad \sum_k^{0|n} q^k = \frac{1-q^{n+}}{1-q} \text{ Ind/ausmult}$$

harm Summen

$$\sum_k^{1|n} \frac{1}{k\,(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$1^1\,2^2 \cdot\cdot\, n^n \leqslant n^{n\,(n+1)\,/2}$$

$$\sum_k^{1|n} (-1)^k\,k^2 = (-1)^n \begin{bmatrix} n+1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$x \neq 1\colon \quad \prod_k^n \left(1 + x^{2^k}\right) = \frac{1-x^{2^n}}{1-x} \overset{n}{\underset{\infty}{\searrow}}\colon \quad \boxed{x} < 1$$

$$x{:}y \geqslant 0 \Longrightarrow \left(\frac{x+y}{2}\right)^n \leqslant \frac{x^n+y^n}{2}\colon \quad x^n\,y + y^n\,x \leqslant x^{n+} + y^{n+}$$

K_n vollst Graph mit n Ecken/je zwei Ecken von regular n-Eck mit Kante verbunden : $\sharp$ Kanten K_n

$$(a+b)^{n+1} = (a+b)\,(a+b)^n = (a+b) \sum_k^{0|n} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} a^k\,b^{n-k} = \sum_j^{0|n} \begin{bmatrix} n \\ j \end{bmatrix} a^{j+1}\,b^{n-j} + \sum_k^{0|n} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} a^k\,b^{n+1-k}$$

$$\underset{k=\overline{j}+1}{=} \sum_k^{1|n+1} \begin{bmatrix} n \\ k-1 \end{bmatrix} a^k\,b^{n+1-k} + \sum_k^{0|n} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} a^k\,b^{n+1-k}$$

$$= a^{n+1} + \sum_k^{1|n} \begin{bmatrix} n \\ k-1 \end{bmatrix} a^k\,b^{n+1-k} + \sum_k^{1|n} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} a^k\,b^{n+1-k} + b^{n+1}$$

$$= a^{n+1} + \sum_k^{1|n} \left(\begin{bmatrix} n \\ k-1 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} \right) a^k\,b^{n+1-k} + b^{n+1}$$

$$= a^{n+1} + \sum_k^{1|n} \begin{bmatrix} n+1 \\ k \end{bmatrix} a^k\,b^{n+1-k} + b^{n+1}$$

$$= \sum_{k}^{0|n+1} \begin{bmatrix} n+1 \\ k \end{bmatrix} a^k \, b^{n+1-k}$$