$$\sum_{n \geqslant 1} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} = -1$$

$$\frac{2n+1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$$

$$\text{LHS } = \sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n} + \sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n+1} = \sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n} - \sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} = \sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n} - \sum_{n \geqslant 2} \frac{(-1)^n}{n} = -1$$

$$\sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}: \quad \sum_{n \geqslant 1} (-1)^n n^{-\alpha}: \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} \text{ triv Test div}$$