$$\flat_{w\omega} = \flat_{0w} - \omega\bar{\omega}\,\flat_{1w}$$

$$^{z\zeta}K_{w\omega} = {}^{z}K_{0w} + \zeta\,\bar{\omega}\,{}^{z}K_{1w}$$

$$\mathsf{J} = \underbrace{{}^{0}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}\mathsf{J}_1}_{\text{ev}} + \underbrace{\omega{}^{1}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}\mathsf{J}_1}_{\text{odd}}$$

$$^{z\zeta}\widehat{P_w\mathsf{J}} = \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{w\omega}\,{}^{z\zeta}K_{w\omega}\,{}^{w\omega}\mathsf{J}$$

$$= \iint\limits_{dw\ d\omega} \underbrace{\flat_{0w} - \omega\bar{\omega}\flat_{1w}}\ \underbrace{{}^{z}K_{0w} + \zeta\bar{\omega}{}^{z}K_{1w}}\ \underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1}$$

$$= \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1} + \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,\zeta\bar{\omega}\,{}^{z}K_{1w}\underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1}$$

$$- \iint\limits_{dw\ d\omega} \omega\bar{\omega}\,\flat_{1w}\,{}^{z}K_{0w}\underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1} - \iint\limits_{dw\ d\omega} \omega\bar{\omega}\,\flat_{1w}\,\zeta\bar{\omega}\,{}^{z}K_{1w}\underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1}$$

$$= \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega\bar{\omega}{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \bar{\omega}{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1} + \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,\zeta\bar{\omega}\,{}^{z}K_{1w}\underbrace{{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \omega{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0} - \iint\limits_{dw\ d\omega} \omega\bar{\omega}\,\flat_{1w}\,{}^{z}K_{0w}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0$$

$$= \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\,\omega\bar{\omega}\,{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\,\omega\,{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 + \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\,\bar{\omega}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_1$$

$$+ \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,\zeta\bar{\omega}\,{}^{z}K_{1w}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \iint\limits_{dw\ d\omega} \flat_{0w}\,\zeta\bar{\omega}\,{}^{z}K_{1w}\,\omega\,{}^{1}_{w}\mathsf{J}_0 - \iint\limits_{dw\ d\omega} \omega\bar{\omega}\,\flat_{1w}\,{}^{z}K_{0w}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0$$

$$= -\int\limits_{dw} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{0w}\,{}^{1}_{w}\mathsf{J}_1 + \zeta\int\limits_{dw} \flat_{0w}\,{}^{z}K_{1w}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 + \int\limits_{dw} \flat_{1w}\,{}^{z}K_{0w}\,{}^{0}_{w}\mathsf{J}_0 = \overset{10}{P}\,{}^{0}\mathsf{J}_0 - \overset{00}{P}\,{}^{1}\mathsf{J}_1 + \zeta\overset{01}{P}\,{}^{1}\mathsf{J}_0$$

$$\mathcal{T}_{\mathsf{J}} = \left[\begin{array}{c|c} \overset{\overbrace{10}}{{}_0\mathsf{J}_0} - \overset{\overbrace{00}}{{}_1\mathsf{J}_1} & -\,\overset{\overbrace{00}}{{}_0\mathsf{J}_1} \\ \hline \overset{\overbrace{01}}{{}_1\mathsf{J}_0} & \overset{\overbrace{01}}{{}_0\mathsf{J}_0} \end{array}\right]$$

$$\mathcal{T}_{\mathsf{J}}\,\mathbb{1} = P\,(\mathsf{J}\mathbb{1}) = P\left(\underbrace{{}^0\mathsf{J}_0 + \omega\bar\omega\,{}^1\mathsf{J}_1 + \omega\,{}^1\mathsf{J}_0 + \bar\omega\,{}^0\mathsf{J}_1}_{}\,{}_0\mathbb{1} + \underbrace{\omega_1\mathbb{1}}_{}\right)$$

$$= P\left({}^0\mathsf{J}_{00}\mathbb{1} + \omega\bar\omega\,{}^1\mathsf{J}_{10}\mathbb{1} + \omega\,{}^1\mathsf{J}_{00}\mathbb{1} + \bar\omega\,{}^0\mathsf{J}_{10}\mathbb{1} + {}^0\mathsf{J}_0\omega_1\mathbb{1} + \omega\bar\omega\,{}^1\mathsf{J}_1\omega_1\mathbb{1} + \omega\,{}^1\mathsf{J}_0\omega_1\mathbb{1} + \bar\omega\,{}^0\mathsf{J}_1\omega_1\mathbb{1}\right)$$

$$= P\overbrace{{}^0\mathsf{J}_{00}\mathbb{1} + \omega\bar\omega\,\underbrace{{}^1\mathsf{J}_{10}\mathbb{1} - {}^0\mathsf{J}_{11}\mathbb{1}}_{} + \omega\,\underbrace{{}^1\mathsf{J}_{00}\mathbb{1} + {}^0\mathsf{J}_{01}\mathbb{1}}_{} + \bar\omega\,{}^0\mathsf{J}_{10}\mathbb{1}}$$

$$= \overset{10}{P}\,{}^0\mathsf{J}_{0\;0}\mathbb{1} - \overset{00}{P}\,\underbrace{{}^1\mathsf{J}_{10}\mathbb{1} - {}^0\mathsf{J}_{11}\mathbb{1}}_{} + \zeta\,\overset{01}{P}\,\underbrace{{}^1\mathsf{J}_{00}\mathbb{1} + {}^0\mathsf{J}_{01}\mathbb{1}}_{} = \underbrace{\overset{\overbrace{10}}{{}_0\mathsf{J}_0} - \overset{\overbrace{00}}{{}_1\mathsf{J}_1}}_{}\,{}_0\mathbb{1} - \overset{\overbrace{00}}{{}_0\mathsf{J}_1}\,{}_1\mathbb{1} + \zeta\,\underbrace{\overset{\overbrace{01}}{{}_1\mathsf{J}_{0\;0}}\mathbb{1} + \overset{\overbrace{01}}{{}_0\mathsf{J}_{0\;1}}\mathbb{1}}_{}$$