$$d_{A}\varphi$$

$$\begin{cases}\varphi \\ \dot{\varphi}+eA\varphi\end{cases}=\boxed{\varphi{:}\dot{\varphi}+eA\varphi}=\frac{\left(\dot{\varphi}+eA\varphi\right)\overline{\mathbf{x}}\left(\dot{\varphi}+eA\varphi\right)-m^{2}\varphi\overline{\mathbf{x}}\varphi}{2}$$

$$\begin{cases}\varphi \\ d\varphi+eA\varphi\end{cases}=\boxed{\varphi{:}d\varphi+eA\varphi}=\frac{\left(d\varphi+eA\varphi\right)\overline{\mathbf{x}}\left(d\varphi+eA\varphi\right)-m^{2}\varphi\overline{\mathbf{x}}\varphi}{2}$$

$$\mathcal{L}_{0}\left(\varphi{:}\left(\dot{\varphi}+eA\varphi\right)_{\mu}\right)=\mathcal{L}_{0}\left(\varphi{:}\dot{\varphi}_{\mu}+eA_{\mu}\varphi\right)=\frac{\left(\dot{\varphi}_{\mu}+eA_{\mu}\varphi\right)g^{\mu\nu}\left(\varphi\right)\left(\dot{\varphi}_{\nu}+eA_{\nu}\varphi\right)-m^{2}\varphi\overline{\mathbf{x}}\varphi}{2}$$

$$\mathcal{L}_{0}\left(\varphi{:}\left(d\varphi+eA\varphi\right)_{\mu}\right)=\mathcal{L}_{0}\left(\varphi{:}\partial_{\mu}\varphi+eA_{\mu}\varphi\right)=\frac{\left(\partial_{\mu}\varphi+eA_{\mu}\varphi\right)g^{\mu\nu}\left(\varphi\right)\left(\partial_{\nu}\varphi+eA_{\nu}\varphi\right)-m^{2}\varphi\overline{\mathbf{x}}\varphi}{2}$$