Mathematikunterricht nach dem 7. Schuljahr – warum eigentlich für alle?[1]

von Lutz Führer (Frankfurt am Main)

Seit drei Jahren erregt ein Phänomen Öffentlichkeit und Bildungsverwaltungen, mit dem Lehrer schon länger kämpfen: Der landläufige Mathematikunterricht an unseren Sekundarstufen steckt in einer Akzeptanzkrise. Daß dem so ist, hat sehr ernste Gründe und Folgen, die keineswegs nur innerfachlicher Natur sind. Unser Mathematikunterricht ist nämlich wegen seiner vermeintlich erwiesenen Ineffektivität längst zum Paradigma populistischer Fragen nach dem Nutzen höherer Bildung für alle avanciert. Nicht nur in vielen Schüleraugen, auch in manchen Äußerungen gebildeter Meinungsträger gilt der „höhere“ Mathematikunterricht, d.h. der weiterführende jenseits des Bürgerlichen Rechnens, als etwas besonders Schultypisches, als rituelle Hürde vor dem eigentlichen Leben: Mathe, heißt es, sei gleichermaßen wichtig, richtig und belanglos. Das wenigste von all dem werde selbst von erfolgreichen Normalbürgern wirklich gebraucht.

Brauchen wir überhaupt so etwas Vages wie höhere Bildung für alle? Werden nicht viele Schüler und Lehrer von den Ansprüchen unser Sekundarstufenpläne überfordert? Ist das ganze nicht viel zu teuer und ineffizient? Insbesondere für den Mathematikunterricht will TIMSS[2] letzteres sogar bewiesen haben. Wo mit Kreativität so wenig zu erreichen ist wie in Mathe, da wird geschulmeistert, da werden Fehler gezählt und Aufgaben nach Versagen beurteilt. Kein anderes Schulfach bietet sich so zur Evaluation und Deformation durch Tests an. Krisenadministratoren und Effizienzsteigerungsmaßnahmen schießen schon landauf, landab wie Pilze aus dem Boden.

Wozu der öffentliche Aufwand mit dem Kernfach Mathematik? Weder internationale Rechenwettbewerbe noch Alltagsnutzen noch die mathematische Normalkompetenz Erwachsener scheinen all die Mühe zu lohnen. Sollte man den Mathematikunterricht nach Klasse 7 oder 8 nicht einfach wahlfrei anbieten? Oder gibt es Gründe, gibt es Perspektiven, mit denen sich der weiterführende Pflichtunterricht halbwegs plausibel begründen läßt? Im folgenden wird eine Bestandsaufnahme zu drei Schlüsselfragen versucht: Warum wirkt unser Mathematikunterricht so sehr durchschnittlich und bürokratisch? Wie kam es dazu? Und wie könnte er auch heute noch jenseits des Handwerklichen an gesellschaftlicher Substanz gewinnen?

Krisenzeichen

Die öffentliche Krisenwahrnehmung des Mathematikunterrichts stützt sich gegenwärtig hauptsächlich auf Kolportagen von Heymann 1996 und TIMSS 1997 in den Meinungsmedien. Die wichtigsten Ansätze zur Krisenbewältigung stützen sich auf die BLK-Expertise 1997, und der bildungspolitische Trend wurde am 5. November 1997 vom Bundespräsidenten Roman Herzog in seiner großen Berliner Rede beschrieben.[3]

---

1 *Der vorliegende Aufsatz ist die gekürzte und aktualisierte Fassung eines gleichnamigen Textes, der in den „Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft Hamburg“, Band 17 (1998), S. 1-35, erschien.*

2 Mit TIMSS, der Third International Mathematics and Science Study, wurden weltweit mehr als eine halbe Million Schüler aus 3./4., 7./8. und Abschlußklassen der allgemein- und berufsbildenden Schulen in Mathematik und Naturwissenschaften getestet, befragt und beobachtet. Deutschland war an der Grundschulstudie nicht beteiligt, die Ergebnisse in den höheren Klassenstufen waren aber sehr ernüchternd.

3 s.z.B. Rutz 1997.

Hans Werner Heymann hatte 1995 in seiner Bielefelder Habiltitationsschrift[4] versucht, den Mathematikunterricht an Sekundarstufen aus seinem Allgemeinbildungsauftrag heraus zu begründen. Diesen Auftrag begriff Heymann aus methodologischen Gründen vornehmlich als Gemeinschaftsvertrag, nach dem die Jugend zur Mitwirkung, Selbstentfaltung und Berufsausbildung in der bestehenden Gesellschaft zu befähigen sei. Aus dieser pragmatischen Perspektive stellte sich u.a. die Frage, welches mathematische Wissen und Können in der Gesellschaft so verbreitet sei, daß es der nachwachsenden Generation notwendig zugemutet werden müsse. Die Antwort fiel erwartungsgemäß sehr viel bescheidener aus, als es unsere Lehrpläne auch für die Hauptschule wahrhaben möchten. Heymann stellte darauf ein „Szenario für einen künftigen Mathematikunterricht" zur Diskussion, das Mathematik ab 9. Klasse ganz oder wenigstens teilweise zum Wahlfach erklärte. Dieses Szenario wurde in einem dpa-Bericht aufgegriffen und bundesweit lebhaft kolportiert. In vielen Zeitungsüberschriften kam damals offen zum Ausdruck, was vorher nur informell zu hören war: „Mythos Mathe – Bis zur siebten Klasse lernen Kinder was sie brauchen!"[5]

Von dieser Verkürzung seiner Vorstellungen hat sich Heymann mehrfach distanziert. Sein pragmatischer Ansatz hatte jedoch tatsächlich keine zwingenden Argumente für traditionelle Themen wie Buchstabenrechnung, Pythagoras, Trigonometrie oder Analysis liefern können.[6] Trotzdem oder gerade deshalb werden viele fachdidaktische und bildungspolitische Diskussionen zum „höheren" Mathematikunterricht bis heute auf Heymanns Kriterienkatalog zur Allgemeinbildung gestützt.

Ob andere Begründungen möglich sind, ließ Heymanns Arbeit ganz offen. Deshalb verwies die innerfachliche Diskussion das Thema nach dem öffentlichen Strohfeuer zunächst wieder auf einen Nebenschauplatz. Anfang 1997 wurde dann die TIMS-Mittelstufenstudie in Deutschland bekannt, nach der allzu viele deutsche Schüler der 7. und 8. Klasse im internationalen Vergleich sowohl im Bürgerlichen Rechnen als auch in mathematischen Grundfertigkeiten inakzeptabel schwach abgeschnitten hatten. Dieser düstere Befund wurde 1998 noch einmal von der TIMS-Oberstufenstudie – bei allen diesbzgl. Interpretationsproblemen im Detail – bestätigt.

Selbst TIMSS-Veranstalter waren von der öffentlichen Aufregung überrascht. Offenbar wurde das schlechte Abschneiden in Mathematik als Zeichen ernsthafter Standortgefährdung aufgenommen. Sogar der Herr Bundespräsident fühlte sich bemüßigt, zum Aufbruch zu blasen:

> „Allgemein gesagt: Wir müssen wieder das beste Bildungssystem der Welt bekommen. Konkret: Wir müssen die Lehrpläne von unnötigem Stoff entrümpeln, damit der wichtige Stoff gelernt werden kann. Wir müssen die Ausbildungszeiten abkürzen, und wir müssen endlich die Dinge lehren, mit denen man später im Berufsleben etwas anfangen kann."[7]

Am Wochenende vorher hatte schon der Herr Arbeitgeberpräsident dieselbe Losung ausgegeben:

> „Das Land der Dichter und Denker ist auf dem Weg in die bildungspolitische Drittklassigkeit. Hier – und nicht bei der Lehrstellensituation – ist das Wort Katastrophe angebracht. Wir schaffen den Weg in die Wissensgesellschaft nicht, wenn unsere Kinder die grundlegenden Kulturtechniken Rechtschreibung und Rechnen immer weniger beherrschen."[8]

Seitdem betreiben die Kultusministerien, BLK, MPI Berlin und IPN Kiel ein ungewöhnlich intensives und kostenaufwendiges Krisenmanagement. Auch in anderen Ländern wird lebhaft über

---

4 s. Heymann 1996

5 Frankfurter Rundschau vom 12.10.1995.

6 vgl. dazu Heymann 1997 und zur Heymann-Kritik im einzelnen: Führer 1997b.

7 Zitat aus der Bild-Zeitung vom 4.11.1997. Das war der Vortag von Herzogs großer bildungspolitischer Rede im Berliner Schauspielhaus.

8 Dieter Hundt, zitiert nach dem Bonner General-Anzeiger vom 4.11.1997.

TIMSS-Folgen nachgedacht, und die OECD hat schon vorsorglich ein recht teures Testprogramm PISA zu europaweiten Leistungskontrollen in Auftrag gegeben.

Irgendwie scheint Mathematik kein Schulfach wie jedes andere zu sein. Plötzlich war nicht mehr von der Abschaffung des Mathematikunterrichts die Rede, sondern von seiner mangelhaften Produktivität. Obwohl weiterhin unklar blieb, warum möglichst viele Jugendliche so viel Mathematik bis in die Oberstufe lernen sollten, bestand rasch Einigkeit, daß das jedenfalls effektiver zu geschehen habe. Warum sollen alle Jugendlichen mehr Mathematik lernen, als Erwachsene für ihr Alltagsleben brauchen? Wegen der künftigen „Wissensgesellschaft“ kaum. Deren mediale Chaotisierung erleben wir gerade im Internet. Weil es alle Welt tut, siehe TIMSS? Das könnte der Schnee von gestern sein. TIMSS wollte ja den erreichten Stand weltweit *vergleichen* und konnte daher nur Allerweltsaufgaben testen, Aufgaben die längst schon überall verstanden wurden. TIMSS weist allenfalls auf bessere Bildungssysteme hin, nicht auf das „beste“, auf das unser Bundespräsident zielen möchte, und auch nicht unbedingt auf ein gutes. Und: Woher weiß er, woher weiß unsere Meinungspresse, woher wissen die Damen und Herren Kultusminister, daß es am Bildungssystem liegt? Reicht es wirklich, unsere Schülerinnen und Schüler fitter in Rechnen und in Allerweltsaufgaben à la TIMSS zu machen? Gibt uns „FIMSS“, das kommt ja bestimmt, die rechte Meßlatte für allfällige Reformen des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts?

Noch einmal: TIMSS wollte gar nicht herausfinden, *was* gelehrt werden sollte und *wie* gelehrt werden soll, sondern was deutsche und ausländische Jugendliche im Vergleich bei Allerweltsaufgaben (nicht) konnten. Darauf war die statistische Erhebung ausgerichtet. Inzwischen hat es sich trotzdem eingebürgert, die TIMSS-Diagnostiker gleich noch in leitende Therapeuten umzufunktionieren.[9] Die aufwendig gesammelten, statistisch auf- und zubereiteten Belege wurden zwangsläufig im vorgefundenen Rahmen einer Bildungs-, Spar- und Arbeitsmarktpolitik interpretiert, die populistische Forderungen nach lebensweltlicher Anwendungsorientierung, Nützlichkeit und Anschaulichkeit begünstigte, nachdem Heymann gerade mit öffenlichem Beifall gezeigt hatte, daß sich mit diesen Forderungen keine allgemeine Pflichtbindung an „höheren“ Mathematikunterricht rechtfertigen läßt. Indem jetzt die zunehmend verknappten Ressourcen des Bildungssystems auf die FIMSS-Perspektive konzentriert werden, entsteht nicht nur ein erheblicher Effektivierungsdruck auf die Praxis und Theorie des Mathematikunterrichts, sondern zugleich ein positivistischer Trivialisierungsdruck, der eine Verengung der Perspektiven und Kompetenzen begünstigt. Zwar haben die mathematikdidaktischen und -wissenschaftlichen Fachverbände schon früh versucht, die TIMSS-Befunde mit pädagogisch konstruktiven Forderungen zu verbinden[10], es steht aber zu befürchten, daß ihr wohlbegründeter Tenor, auf Verständnis durch Sinn(re)konstruktion zu bauen, keineswegs zu Verbesserungen der Effizienz im Sinne testbarer Allerweltsaufgaben führen wird.

Vor diesem Hintergrund erscheinen die gegenwärtig eingeleiteten Bewältigungsmaßnahmen recht aktionistisch. Die verbreitete Annahme, man müsse erst im TIMSS- oder FIMSS-Wettbewerb besser werden, bevor „höheres“ Mathematikverständnis infrage komme, ist jedenfalls eine curriculare Setzung, die weder von der TIMS-Studie noch von der Heymanns noch von den Ausführungen in der BLK-Expertise berührt wird. Daß zu viele Schüler bei uns zu wenige Allerweltsaufgaben lösen können, ist bestürzend, und es sollte sich ändern lassen, indem man an den rechten Stellen mehr reproduktive und reorganisative Schülerleistungen einfordert. Aber das kann es für 3 oder 4 Wochenstunden Mathe bis zum Abitur nicht sein. Warum sind die angeblich so schnell oder längst er-

---

9 Das ging schneller, ist bequemer und sichert den nächsten internationalen Vergleichstest ein wenig ab.

10 s. Erklärung der Fachverbände... 1997 sowie die BLK-Expertise 1997. Dort werden vordringlich Forderungen nach stärkerer Motivation, Selbsttätigkeit, Problemorientierung oder Sinnstiftung durch Vernetzung und Fächerübergriff erhoben, um das Schülerverständnis durch Sinn(re)konstruktion zu verbessern. Auch diese Forderungen begründen freilich ohne weiteres keine allgemeine Pflichtbindung an „höhere“ Schulmathematik, und sie sind auch von den TIMSS-Befunden her angreifbar, weil sie mit ihnen teilweise nur über reformpädagogische und fachliche Setzungen vereinbar sind. (Nähere Belege und Begründungen finden sich der älteren Version dieses Aufsatzes, die in Fußnote 1 angegeben ist.)

kannten Ursachen der Misere gerade bei uns so wirksam? Möglicherweise hängt es damit zusammen, daß Mathematik im deutschen Unterricht vor und über allem als eine höchst bürokratische Angelegenheit erscheint. Wenn diese Vermutung, die ich im folgenden näher begründen möchte, halbwegs richtig ist, dann arbeitet das TIMSS-Folgen-Management in die falsche Richtung, indem es hauptsächlich neue Aufgabensammlungen, Trainingsdruck und Verwaltungsreformen erzeugt.

Die klassizistische Erblast

Die Wurzeln unseres Mathematikunterrichts reichen sehr weit zurück, in mancher Hinsicht nicht nur bis in die Antike, sondern bis an die Anfänge geschichtlicher Zeit. Eine natürliche, wenn auch ärgerliche Folge dieser Tatsache ist, daß sich das heute verbreitete Mathematikcurriculum eher an rationalen Argumentationen abgeschliffen als direkt aus ihnen ergeben hat. Bildungstheoretische oder fachwissenschaftliche Begründungen haben in aller Regel nur lokale Spuren hinterlassen. Die „höhere" Schulmathematik ist deshalb ein evolutionär gewachsenes Traditionsgebilde. Trotzdem möchte ich im folgenden versuchen, einige besonders charakteristische Züge aufzudecken.

Das „höhere" deutsche Staatsschulwesen ist knapp zweihundert Jahre alt und sprach dem Mathematikunterricht von Beginn an eine Rolle als Hauptfach zu. Warum es das tat, läßt sich im einzelnen nicht in drei Worten sagen[11], ein wesentliches Moment lag aber, jedenfalls nach dem Wiener Kongreß, darin, daß der Mathematik seit dem mittelalterlichen Quadrivium formalbildende Kraft zugetraut wurde, sei es als geistiges Disziplinierungsmittel oder als Vorstufe philosophischer Weltauffassung. Selbst mathematikferne Bildungspolitiker waren im 19. Jahrhundert durchweg bereit, der althergebrachten Tradition von Elementarmathematik als *Grundlage* (nicht Bestandteil oder Ziel!) höherer Geistesbildung zu vertrauen, soweit sie sich mit alltäglichen oder handwerklichen Anwendungsbezügen begnügte und sich von staatspolitischen, militärischen oder gesamtwirtschaftlichen Fragen fernhielt. Dieses lebensnotwendige Vertrauen konnte sich die „höhere" Staatsschulmathematik trotz all der stürmischen Entwicklungen in Politik und Fachwissenschaft bis in die Gegenwart erhalten, indem sie die gesellschaftlich-technischen Wirklichkeiten von vornherein zu lokalen Anwendungsproblemen einer globalen theoretischen Weltauffassung erklärte und sich zu einem methodisch optimierten, inhaltlich robusten und äußerlich apolitischen Traditionsgebilde entwickelte.

Unter den gesellschaftlichen Bedingungen des 19. Jahrhunderts konnte sich Mathematik als Pflichtfach an höheren Schulen kaum anders etablieren als durch die Fixierung auf geistige Grundlegung mit formalbildenden Qualitäten. Das wurde von einer ganzen Reihe äußerer Faktoren begünstigt, ich will nur an vier für den Mathematikunterricht besonders wichtige erinnern:

1. Das höhere Schulwesen war im 19. Jahrhundert elitär ausgerichtet. Es betraf nur 0,5 bis 1 Prozent der Jugend zwecks Vorbereitung auf den höheren Staatsdienst oder auf Hochschulstudien.

2. In neuhumanistischer Bildungsauffassung dominierte – jedenfalls an den ideologisch führenden Gymnasien – altsprachlicher Unterricht.

3. Mittelalterliche Lehrgänge der Elementarmathematik nach Euklid oder Boethius verschmolzen nach 1800 mit algorithmischen Vorlieben der konstruktiven, synthetischen und später auch analytischen Geometrie sowie mit der sog. Algebraischen Analysis[12] zu logisch-genetischen Rekonstruktionen der Elementarmathematik „von Grund auf". Hatte man zunächst nur gehofft, damit Grundformen des Denkens vergegenständlichen zu können und damit effektiver trainierbar zu machen, so boten sich zunehmend auch außermathematische wissenschaftliche Begründungen an, die den genetisch-formalen Grundlagenstandpunkt nachträglich als geradezu pädagogisch notwendig verfestigten. Man denke hier nur an die hermeneutische Wissenschaftsphilosophie der Neuhumanisten, an sinnesphysiologische Stützungen idealistischer Weltauffas-

---

[11] Zum Folgenden vgl. etwa Blankertz 1967, Jahnke 1990, Pahl 1913 und Schubring 1991.

[12] Vgl. dazu Jahnke 1990.

sung, an die fundamentale Rolle von Selbsttätigkeit für das Denken gemäß Rousseau oder Fichte, an den aufkommenden Darwinismus Haeckelscher Prägung („biogenetisches Grundgesetz“), an das zunehmende philosophische Interesse für Grundlagenmathematik (nichteuklidische Geometrien, Hilbert, Grundlagenkrise) und nicht zuletzt an die Wendung der Physik vom Lesen im Buch der Natur zum Hineinschreiben. Grundlagen der Mathematik galten der Form nach seit Pythagoras und Platon als wissenschaftlich vorbildlich, und die Einübung in solche Grundlagen erschien nun geradezu als pädagogisch, historisch und fachlich geboten.

4. Mathematik wurde erst in der zweiten Jahrhunderthälfte überwiegend von Fachkräften unterrichtet. Deren Universitätsausbildung war mit dem damaligen Siegeszug der Reinen Mathematik eng verbunden.

Man braucht nicht viel Phantasie, um sich vorzustellen, warum dem nur ein schulisches Bild von Mathematik entsprechen konnte, das dem regelhaft Grundlegenden klassizistischer Prägung den Vorzug gegenüber der Verbreitung neuer Erkenntnisse oder gegenüber irgendwelchen Nützlichkeitserwägungen gab. Das inhaltliche Interesse beschränkte sich demgemäß auf die begriffliche Erfassung vermeintlicher Grundformen und auf deren verheißungsvolle Kalkülisierbarkeit. Dies entsprach zwar auch damals nicht dem auf Erkenntnisfortschritt gerichteten Selbstverständnis forschender Mathematiker, konnte aber als vorläufige Zwischenstufe auf dem Weg zum Wissenschaftlerdasein akzeptiert und in Form eines Grundstudiums sozusagen nebenher gelehrt werden. „Höhere“ Schulmathematik hatte in diesem System Grundlagen in Form von Werkzeugen bereitzustellen, die an der Hochschule bei fachlichen Grundstudien an traditionellen Stoffen vorausgesetzt und ausgenutzt werden konnten, um professionelle Standards zu homogenisieren, abzusichern und zu verbreiten, bevor schließlich von einigen wenigen Auserwählten in aktuelleren Gebieten Neues gesucht werden konnte. Ob die solcherart als Werkzeug-Vorstufe begriffene „höhere“ Schulmathematik für sich genommen Sinn mache, war nebensächlich, solange sich die höhere Schule im wesentlichen als Präparandenanstalt des „Mandarinats“ (Ringer) begreifen konnte, d.h. als Vorraum der Hochschule, des gelehrten und höheren Beamtentums, und die Schulmathematik als Vorform und typisches Vorbild der wissenschaftlichen Mathematik.

„Höhere“ Schulmathematik wird auch heute noch weitgehend als eine niedere, irgendwie notwendige oder jedenfalls unschädliche Vorform wissenschaftlicher Mathematik begriffen, obwohl sich die Triebfedern ihrer Genese im 20. Jahrhundert überlebt haben: Das Abitur ist längst zur Eintrittskarte für zahlreiche nichtstaatliche und nichtakademische Berufswege geworden. Die Hochschullandschaft und auch das schulische Fächerspektrum haben sich erheblich ausdifferenziert, und die „Allgemeine Hochschulreife“ gilt vielen als zweifelhafte Fiktion. Ob Mathematik zu den Grundfesten höherer Allgemeinbildung gehören soll, ist inzwischen – wie oben dargelegt – umstritten, dies umso mehr als sich die öffentliche Euphorie über die technische Beherrschbarkeit der Welt, deren Berechenbarkeit der Schulmathematik früher gutgeschrieben wurde, zunehmend in Skepsis verwandelt. Hinzu kommt, daß das öffentliche Verständnis von „Mathematik“ wenig mit dem zu tun hat, was ihre höheren Anteile geleistet haben oder leisten könnten, und fast gar nichts mit dem, was auf Hochschulebene „Mathematik“ heißt.

Sich abzugrenzen liegt in der Natur gesellschaftlicher Subsysteme. Natürlich schlug sich die pragmatische Arbeitsteilung zwischen schulischer und wissenschaftlicher Mathematik sehr bald in einer Tendenz zur Verselbständigung der Inhalte und Begründungen nieder. Nach Verlassen der Hochschule hatten sich die Mathematiklehrer im Schulsystem zu bewähren und zu behaupten. Das war auf Dauer nicht zu leisten, ohne sich von der Rolle als „nur“ Hochschulvorbereiter zu emanzipieren und den Unterrichtsinhalten Eigenwert und Eigenbedeutung zuzuschreiben. Auf Dauer kann der Lehrer sich und andere nicht vom Sinn seines Tuns überzeugen wollen, indem er auf Bedeutungen verweist, die ihm nicht mehr und den meisten seiner Schüler niemals zugänglich sind. Da sich Hochschulmathematiker nur ausnahmsweise darum kümmerten – in größerer Anzahl nur bei der Meraner Reform zu Beginn unseres Jahrhunderts und dann noch einmal anläßlich der Strukturwelle der siebziger Jahre –, entwickelte die Schulmathematik ihren eigenen Korpus, notgedrungen entlang der Traditionslinie „Grundlagen“ und „Formalbildung“, die aber nun zunehmend unabhängig von einschlägigen Folgestudien an der Hochschule begriffen werden mußten.

Die meisten Standardthemen der Sekundarstufe sind zwar über wissenschaftsorientierte Modernisierungs- oder Straffungsargumente im Blick auf ihre hochschulpropädeutische Funktion in die höheren Schulen[13] eingedrungen, mußten sich aber den vielfältigen wissenschaftsfremden Bedingungen des Schulsystems anpassen, z.B. Elementarisierungszwänge, veraltete Fachkenntnisse des Personals, Prüfungswesen, Zwischenabschlüsse, Berufsabgänge oder auch ganz alltägliche Motivations-, Rhythmisierungs- und Zerstückelungszwänge. So haben seit mindestens hundert Jahren schulische Algebra und Geometrie herzlich wenig mit dem zu tun, was an der Hochschule so heißt und was Lehramtsstudenten dort einüben.[14] Im wesentlichen vermittelt die Schulmathematik in diesen Bereichen wohl moderne Handwerkszeuge, sie kann diese Handwerkszeuge aber fast nur auf positives Wissen anwenden, das die Fachwissenschaft bis zum 17. Jahrhundert – also noch *vor* allen Industriellen Revolutionen – gesammelt hat, weil die oberen Stockwerke, für die hier Fundamente gegossen werden sollen, innerhalb der Schule nicht und von vielen Schülern lebenslang nie erreicht werden. Damit ist klar, daß die schulische Mathematik wissenschaftliche Neugier nur vortäuschen und die Erkenntnismotive der lebendigen Forschung nicht zeigen kann. Alles Entdeckungslernen kann nur subjektiv Neues zutage fördern, inhaltlich geht es um alte Hüte, und dahinter steckt in aller Regel der Mathematiklehrer als Besserwisser und Fehlerfahnder.

Andere, auch nicht triviale Fächer zeigen, daß dem nicht notwendig so sein müßte, indem sie ihre systematischen Interessen hinter die erkenntnismäßigen stellen. Darauf wird seit einigen Jahren auch zunehmend in Mathematikerkreisen hingewiesen.[15] Trotzdem haben seit mindestens hundert Jahren Schul- und Hochschulmathematik wenig gemein, und das wird auch noch einige Jahrzehnte so bleiben. Inzwischen bleibt die in Öffentlichkeit und Lehrerbildungswesen vorausgesetzte Unteilbarkeit der Wissenschaft in Mathematik brüchig und zweifelhaft. Damit wird – jedenfalls mittelfristig – die alte Gretchenfrage immer brisanter, ob und wie denn die traditionelle Allianz überhaupt inhaltlich gedeckt sei, in der Schulmathematik, mathematischer Fortschritt, Industriegesellschaft, Aufklärung und wissenschaftliches Zeitalter an ihrem Ansehen zusammengewirkt haben.

Von der Beharrlichkeit der Reformkräfte

Darauf gibt es drei idealtypische Antworten, deren Mit- und Gegeneinander die diversen Reformen des mathematischen Unterrichts seit Süverns Zeiten bestimmt hat:

1. Gesteht man zu, daß sich diese Kulturaspekte voneinander entfernt haben, dann kann man das entweder als Substanzverlust hinnehmen und die Schulmathematik auf das allgemein Nützliche zurückstutzen,
2. oder man kann versuchen, den „Modernitätsrückstand“ durch schulische Reformen aufzuholen.
3. Die dritte Möglichkeit besteht darin zu unterstellen, daß „im wesentlichen“ zwar nicht die Inhalte, wohl aber erfolgreiche Verhaltens-, Sprech- und Denkweisen in allen fünf Gebieten übereinstimmten, auf die sich die o.g. „Gretchenfrage“ bezog . Diese Lösungsvariante wurde früher meist mit dem Schlagwort „Primat der Formalbildung“ verbunden.

Im Rückblick scheint es so, als wären immer dann, wenn der Staat in eine größere soziale, innenpolitische oder Verteilungskrise geriet, privilegierte Beamten-Gelehrte zur Stelle, um im Namen von Sparsamkeit und Säkularisierung Realpolitik für die Massen zu empfehlen und eine Rücknah-

---

[13] von den Gymnasien durch Diffusion auch an Real- und Hauptschulen

[14] Für die Geometrie ist das allgemein bekannt, es betrifft aber auch die Mittelstufenalgebra, deren Kern „Algebraische Analysis“ darstellt, obwohl letztere seit der zweiten Hälfte des 19. Jahrunderts als wissenschaftlich überholt gilt (s. Jahnke 1990).

[15] vgl. dazu etwa Stewart 1990, S. 11-13, oder das Interview mit G. von Randow in den DMV-Nachrichten, Heft 1, 1997.

me der Breitenbildung auf das Brauchbare, handfest Nützliche, Bodenständige und Heimelige bildungstheoretisch zu rechtfertigen. Dies war nach 1848 so[16], nach der Gründerkrise[17], in der zweiten Hälfte der Weimarer Zeit[18] und natürlich danach, im Dritten Reich, als die handfeste Anwendungszentrierung ihre bislang größten Triumphe feiern konnte. Gegenwärtig scheint es sich, doppelt begünstigt von der erwähnten Sparpolitik im Bildungswesen und von alltäglichen Reibungsverlusten einer nostalgischen Renaissance der Reformpädagogik, zu wiederholen. Das mag auf den ersten Blick verblüffen, entstammen doch Zuteilungspolitik und Forderungen nach Subjektemanzipation urspünglich höchst verschiedenen bildungspolitischen Lagern. Tatsächlich haben jedoch beide Lager viele ihrer Argumentationsmuster teils angenähert, teils ausgetauscht, indem sie sich z.B. auf objektive Sachzwänge berufen, Ausbildung für das heutige Nadelör Arbeitsmarkt als Primärmaßstab hinnehmen und Individualisierung fördern. Ich bin überzeugt, daß die reformpädagogische Restauration – zweifellos wider Willen – reduktionistische Bildungspolitik stützt. Im folgenden Absatz möchte ich das noch etwas näher begründen.

Wer geglaubt hatte, die Akademisierung der Grund- und Volksschullehrerbildung habe das Schulwesen inzwischen gegen solche Tendenzen immunisiert, findet sich heute widerlegt: Um nicht ins politische Abseits zu geraten, mußte sich die akademisch institutionalisierte westliche Pädagogik seit den siebziger Jahren um ein gesellschaftskonformes Wissenschaftsverständnis bemühen und entpolitisieren. Sie tat das, jedenfalls im Mainstream, indem sie die funktionelle Sicht[19] auf das Schulwesen insgesamt gegen empirische, technologische[20] oder psychologisch-interpretative Studien von Lernprozessen austauschte. Solche Lernprozesse sind natürlich stärker von subjektiven Sinnkonstruktionen und Bedeutungszuweisungen abhängig als von äußeren Zielsetzungen und Zweckbestimmungen. Je mehr man die Komplexität und Mannigfaltigkeit des Subjektiven z.B. hinter Fehlern, Lern- und Verhaltensschwierigkeiten wahrnimmt und versteht, umso mehr wird man beim pädagogischen Handeln auf Behutsamkeit, Indiviudalisierung, Differenzierung und Zurückhaltung im Affirmativen verwiesen. Um dem moralischen Vorwurf der Instrumentalisierung des Intimen zu entgehen, tritt an die Stelle von Belehrung das Aushandeln von Themen in reformpädagogischer Betonung von Selbsttätigkeit und verdeckter Lehrkunst. Wenn die subjektiven Lernprozesse so vielfältig und kompliziert sind, dann ist jede Eile offenkundig schädlich, und auch Fremdes bedarf der möglichst selbsttätigen Erkundung und organischen Einwurzelung. Tendenziell erscheinen Belehrung, Hinnahme und Gewöhnung dann nicht nur als suspekt, sondern vor allem als fruchtlos. Auf der gegenständlichen Seite bietet es sich geradezu an, den gestiegenen Zeitbedarf dadurch zu rechtfertigten, daß den traditionellen „Grundlagen“ noch ein Gebot zur „Gründlichkeit“ vorgeordnet wird. Der utilitaristische Ansatz erscheint in diesem Rahmen schließlich als willkommene Hilfe zum gründlichen Eindringen vom Bekannten ins Neue[21] und kann arglos begrüßt werden, weil er aus der Perspektive des lernenden Subjekts eben nicht kritisierbar ist.

Steht also die reduktionistische Tendenz innenpolitischen Verteilungsproblemen historisch nahe, so bekamen fachlich ambitionierte Harmonisierungsprogramme vorwiegend dann Oberwasser, wenn technologische, außenpolitische oder ökonomische Rückstände vom Gelehrten-Beamtentum

---

16 vgl. etwa das Zitat von Friedrich Wilhelm IV in Führer 1997a, S. 80.

17 Man denke hier an immer lautere, wenn auch vorerst erfolglose Forderungen aus Industrie, Handel und Großbürgertum im berühmten Streit um das Berechtigungswesen.

18 Richertsche Reformen.

19 Je nach wissenschaftspolitischer Heimat mag man an dieser Stelle auch von ideologisch-funktionellen oder von geisteswissenschaftlichen Sichtweisen sprechen.

20 z.B. Lernzielwelle

21 Ratichs Faustregel „Hole die Schüler dort ab, wo sie stehen!“ ist wieder sehr beliebt. In diesem Bild bewegen sich a priori nicht die Schüler zum Wissenden, sondern Lehrer zu den Unwissenden. Wirkt das nicht eher dilettantisch als „zünftig“? Adam Ries hätte es sicher so gesehen und vielleicht Jesus zitiert: „Lasset die Kindelein zu mir kommen!“

als bedrohlich wahrgenommen wurden. So war es um 1810 nach Jena und Auerstedt (Humboldt-Süvernsche Reformprogramme), ein wenig auch nach 1900 (Meraner Reform) und deutlich von 1957 (Sputnik-Schock) bis in die siebziger Jahre (Vietnam). In diesen Fällen tauchte regelmäßig die Überzeugung wieder auf, Materialbildung und Eingewöhnung in abstraktere Themen und Denkansätze der Mathematik müßten keine Gegensätze sein und irgendeiner Spezialistenbildung vorbehalten werden, diese Tendenzen seien vielmehr nur Zeichen der Verkrustung und Vergreisung der Unterrichtsinhalte. Als Gegenmittel empfahlen sich eine generelle Höherbewertung, eine Ausweitung und vor allem eine „durchgreifende Modernisierung“ mathematisch-naturwissenschaftlicher Bildung, begleitet von Rekonstruktionen der Lehrpläne entlang dem Selbstverständnis der Fachwissenschaften. Daß die erwähnten Reformbestrebungen zu ihrer Zeit jedesmal so rasch und effektiv, wenn auch in wesentlichen Teilen nur vorübergehend, umgesetzt werden konnten, deutet darauf hin, daß sich zumindest im öffentlich-politischen Unterbewußtsein wirtschaftliche Prosperität, Breitenbildung und republikanischer Optimismus tendenziell mit „höherer“ mathematisch-naturwissenschaftlicher Bildung assoziieren lassen oder wenigstens ließen. Die Strukturwelle vor dreißig Jahren hat überdies gezeigt, daß zumindest in der gebildeteren Öffentlichkeit erhebliche Bereitschaft besteht oder bestand, abstraktere Begriffe, Formen und Inhalte der Mathematik auch *material*, d.h. in Form besonderer Unterrichtsgegenstände, für zukunftsträchtig und sowohl für ökonomisch als auch für sozial grundlegend zu halten.[22]

Daß die Euphorie für die Neuen Mathematiken jedesmal nachließ, kann nach den bisherigen Überlegungen nicht verwundern. Die inhaltliche Spaltung zwischen Schul- und Hochschulmathematik war dem höheren Staatsschulwesen schon durch die institutionelle Spaltung in die Wiege gelegt, so daß die erstrebten Inhaltsreformen gegen die unvermeidliche Trägheit des Schul- und Ausbildungssystems unmöglich in einer Generation realisiert werden konnten – länger hielten die Aufbruchstimmungen freilich nie an. Der kleinste gemeinsame Nenner, der Modus vivendi, mit dem Schul- und Lehrerbildungssystem nebeneinanderher zu leben gelernt hatten, erwies sich jedesmal als der Stärkere: Schulmathematik ist Grundlage an sich, und Schulmathematik ist inhaltlich nicht mathematische Wissenschaft, aber der Form nach deren Ur-, Vor- und Nachbild. Damit konnte die Schulmathematik der Schule zur inhaltlichen Konsolidierung mit eigenen Sinnkonstruktionen und zur unterrichtsmethodischen Ausgestaltung überlassen werden, jedenfalls bis zur nächsten Gesellschafts-, Wirtschafts- oder Personalbesitzstandskrise.

Im hartnäckigen Glauben an die universell formalbildende Kraft teils pythagoreisch-platonischer, teils algebraisch-technischer „Grundlagen“ konnte sich das traditionelle Standardcurriculum evolutionär entwickeln und sich dabei meist sogar auf lokale ad-hoc-Begründungen beschränken. Sein formalbildender Kern hat auf diese Weise bisher alle Reformbestrebungen überlebt, und auch alle noch so berechtigten Zweifel an seinem außerakademischen Sinn. Wer sich auf formalbildende Grundlagen und eine elitäre Tradition stützen kann, braucht in Zeiten der Bildungsexpansion nicht zu begründen, warum alle den Satz des Pythagoras lernen müssen. Und wer nicht begründet, der kann auch nicht widerlegt werden. Diese Erfolgsstrategie war allerdings auf einen bildungsbürgerlichen Konsens gestützt, der heute schwindet, weil seine Verfechter aussterben oder wenigstens an Einfluß verlieren.

Mathematische Formalbildung für die Guten, Schönen und Wahren ist jedenfalls trotz manch bildungskonservativer Wiederbelebungsversuche nicht mehr konsensfähig:

1. Die humanistisch-elitäre 1%-Begründung des 19. Jahrhunderts kam unter soziale Räder der industriellen Revolutionen.

2. Formalbildung erwies sich in Krisenzeiten wegen ihrer inhaltlichen Ambivalenz als beliebig (ver-) kürzbar.

---

[22] Ob dieses Potential heute noch vorhanden ist, scheint gegenwärtig weder die Bildungspolitik noch die Fachdidaktiken zu interessieren.

3. Mit dem Traum einer hermeneutischen „Einheit der Wissenschaft“ überlebte sich gegen Mitte des vorigen Jahrhunderts auch die Hoffnung auf universalistische Menschenbildung durch Theoretizität.
4. Das nachfolgende Schisma der „zwei Kulturen“, einer interpretativ-verstehenden über einer technisch-erklärenden, ist zwar nach wie vor salonfähig, aber längst als ignorant und ökonomisch kurzsichtig entlarvt.[23]
5. Die curriculare Trennung zwischen einem begrifflich-algorithmischen Formalbildungsprimat der höheren Schulen und einem alltagsweltlich-handwerklichen Materialbildungsprimat für niedere Schulen behindert horizontale Durchlässigkeit.
6. Die galoppierende Rationalisierung der Arbeitswelt verlangt einerseits nach geistig flexibleren Arbeitskräften auf fast allen Beschäftigungniveaus, anderseits entfremdet sie das Berufsleben zunehmend, teilt, detailliert und abstrahiert die Gegenstandsbezüge. „Rationalisierung“ bedeutet nicht nur Effektivierung, Mechanisierung oder Computerisierung, sondern auch Verkopfung, Entsinnlichung, Kompression, Abstraktion...
7. Die vorletzte große Standortsdiskussion, vor 1968 bezogen auf Wirtschaftskraft und militärische Stärke der Westlichen Welt, mündete nach dem Vietnam-Debakel in die pädagogische Überzeugung, Emanzipation und Solidarität gehörten zum Bildungsanspruch. Spätestens seitdem ist ein Formalbildungsprimat für die Guten, Schönen und Wahren ebenso unhaltbar wie ein Materialbildungsprimat für die weniger Begüterten.

Die neuhumanistischen Begründungen eines „Primats formaler Bildung“ sind längst überholt und vergessen. Daß ganzheitliche Menschenbildung durch Formung an der Musterwissenschaft Mathematik zu erfolgen habe, glaubt außerhalb der Mathematikbranche niemand mehr. Trotzdem atmen die „höheren“ Unterrichtsinhalte und -formen weiter den Geist des 19. Jahrhunderts aus: den Menschen stärken, bessern und läutern durch Infiltration mit kreativem Mathematikerverhalten, d.h. durch freie geistige Entfaltung im Rahmen strengster Gesetze. Der ehemalige Führungsanspruch der Theorie gegenüber dem Leben ist damit auf eine Regulierungsfunktion reduziert. Wo die eine, wahre, harmonisierende Wissenschaft selbst nicht mehr existiert, kann wenigstens noch die Wahrnehmung, Konturierung und Bewältigung der Welt durch Wissenschaftsformen reguliert werden, z.B. durch Einübung in Mathematisierung. Befreiung des Menschen zu sich selbst durch Einübung in logische Rituale quantifizierender Wahrnehmung? Heißt Wissenschaftsorientierung auf Mathematisch nur noch, die Wirklichkeit ins Kalkül ziehen? Darf man Gültigkeits- und Wahrheitsanspruch so ungestraft instrumentalisieren? Läßt sich die allgemeinverbindliche Schulmathematik allein auf Nützlichkeit und Traditionen stützen, im Niederen auf materiale, im Höheren auf ordnungspolitische?

Wir haben schon gesehen, daß diese Strategie nur solange trägt, wie sie sich auf einen stillschweigenden, unhinterfragt tradierten Konsens stützen kann, und daß dieser Konsens zunehmend ins bildungspolitische Kreuzverhör gerät. Weil Mathematikunterricht seiner Herkunft nach einmal staatstragend war, kultivierte er eine prononciert bürokratische Auffassung von Mathematik und Unterricht. Diese Auffassung war und ist nützlich zur Disziplinierung von Untertanen, aber sie liegt weder in der Natur der Mathematik noch im wohlverstandenen Interesse einer demokratischen Gesellschaft. Die oberflächliche Akzeptanzkrise sollte als Heilungschance begriffen werden: Wie können wir der außermathematischen Öffentlichkeit noch glaubhaft machen, warum welche „höhere“ Schulmathematik ins Erziehungs- und Bildungsprogramm eines jeden Staatsbürgers gehört?

---

[23] Vgl. dazu ausführlich Kreuzer 1987.

Konturen einer tragfähigen Begründung

Schon aus Gründen der Globalisierung unserer Lebensumstände verbietet sich ein curricularer Rückzug auf die oben skizzierte Nullösung frei nach Heymann. Andererseits ergibt sich aus den historischen Betrachtungen, daß größere Umformungen der mathematischen Schulkultur nur langsam und evolutionär greifen können. Wenn man der „höheren“ Schulmathematik einen politikfähigen Gesamtsinn geben möchte – und das ist angesichts der künftigen Verteilungskrisen sehr empfehlenswert –, dann sind dem bestehenden Traditionsgebilde robuste Zielvorstellungen beizufügen, die zunächst über Akzentverlagerungen und mit möglichst geringen Eingriffen in den überkommenen Stoffplan verfolgt werden können. Radikale, innerfachliche oder feinsinnige Reformvorhaben führen wegen der geschilderten Trägheit des Schulsystems erfahrungsgemäß nur zu entstellenden Kompromissen, die am Ende niemand mehr stringent rechtfertigen kann.[24]

Gesucht ist also eine Perspektive, unter der sich die „höhere“ Schulmathematik zu einem praktikablen Gebilde entwickeln kann, das sich in der außermathematischen Öffentlichkeit redlich und überzeugend vertreten läßt. Die entscheidende Frage lautet demnach: Kann die schulisch erreichbare „höhere“ Mathematik Besonderes aufzeigen, das mit einiger Aussicht auf gesellschaftlichen Konsens allen Jugendlichen zugemutet werden darf?

In dieser Frage sind mit den Stichworten Besonderes, Konsens und Zumutung drei Rahmenbedingungen gesetzt, mit denen ich mir im folgenden Abschweifungen vom politischen Kern des Legitimationsproblems ersparen möchte: Es geht mir hier *nicht* um Dinge, die der Mathematikunterricht tatsächlich oder vielleicht *auch* leisten kann und sollte, etwa um ästhetische Aspekte, um Denkenlernen mit dem Segen irgendeiner Kognitionstheorie, um explizites und systematisches Vertiefen, Wiederaufgreifen oder Vernetzen von TIMSS-Aufgaben, um sozialverträgliches Miteinander der Schüler, um die Entwicklung von Sekundärtugenden, um Spaß am Können, um die Infiltration von aufgeschlossenen Jugendlichen mit kreativem Mathematikerverhalten oder um ausgesprochene Begabtenförderung. Es geht vielmehr um konsensfähige Argumente für die bildungspolitische, traditionell mathematikabstinente Öffentlichkeit, wie sie in Deutschland insbesondere durch Repräsentanten oder Freunde der „Ersten Kultur“ vertreten wird (vgl. Kreuzer 1987). Und es geht nicht um wahlfreie Lernangebote, sondern um Zumutungen, die seriös gerechtfertigt werden können und deshalb allgemein verbindlich gemacht werden dürfen.

Wie erwähnt gehört der Mathematikunterricht seit zweihundert Jahren zum Pflichtprogramm aller höheren Schulen. Im Grundsatz, wenn auch nicht im Umfang, besteht darüber auch heute noch Konsens, obwohl die ursprünglichen Begründungen teils vergessen, teils auch überholt sind. Mathematik ist sogar unter den Kernfächern ein besonderes: in Umfragen erweist sich Mathematik immer wieder zugleich als das beliebteste aller Fächer und als meistgehaßtes. Dem liegen freilich nicht hohe Informationswerte unseres Faches zugrunde, sondern formale und extrinsische Motive, wie auch der skizzierte Stimmungswechsel von Heymann zu TIMSS zeigte.[25] Schulmathematik wird geschätzt und gehaßt, weil sie von unabdingbaren Wahrheiten handelt, deren einziger Belang für zu viele darin besteht, daß „richtig“ und „falsch“ bei den traditionellen Unterrichtsthemen und Prüfungsaufgaben objektiv entscheidbar sind. Und Schulmathematik wird geschätzt und gehaßt, weil sie mit vielerlei Berufschancen verknüpft wird, deren inhaltliche Beziehung zur Schulmathematik oft nur in Einstellungstests oder in später verlangtem Prüfungswissen gesehen wird. Die mathematischen Inhalte fungieren beidemal nur als Mittel zu Beurteilungs- oder Auswahlzwecken. Die angeblich so hochgeschätzten ehernen Wahrheiten selbst erscheinen demgegenüber als temporäre, beliebig austauschbare Hindernisse, die langfristig in der gesellschaftlichen Wirklichkeit belang- und folgenlos sind. Sie dürfen schadlos vergessen werden, und sie werden selbst von Gebil-

---

[24] Man denke z.B. an schulische Abbildungsgeometrie, Termumformungen, Kurvendiskussionen, Lineare Algebra der Geraden und Ebenen oder an Würfelbudenstochastik.

[25] Dazu und zum höchst problematischen Wechselspiel von öffentlicher Begeisterung und Verachtung für Mathematik vgl. Führer 1997a.

deten schadlos vergessen, sobald die qualifikatorischen Hürdenläufe überstanden sind. Mathematik jenseits von Klasse 7 als besonderes Auslesefach, dessen höchste Qualität in Neutralität besteht? Neutralität gegenüber Menschen *und* Inhalten? Mathematik als Mietwerkzeug geistiger Formung und gesellschaftlicher Formierung? Mathematik als Volksschule der Bürokratie?

Ich glaube, diese Auffassung ist zwar verbreitet, aber illusionär. Daß sich Formen von Inhalten so abtrennen ließen, daß die Inhalte schadlos vergessen werden könnten, wird nicht dadurch belegt, daß sehr viele Repräsentanten unser „Ersten Kultur" zugleich den Bildungswert von „höherer" Mathematik betonen und Ignoranz gegenüber ihren Inhalten bekennen. Ich bin überzeugt, daß die Inhalte auch noch nachwirken, wenn sie vergessen sind. Zum einen zeigt die allgemeine Lebenserfahrung, daß das Vergessen selbst oft nur im zeitweiligen Verlust von „Speicheradressen" besteht, und zum anderen haben wir inzwischen aus vielen Wissenschaften eindrucksvolle Belege dafür, daß die Aneignung von Sprach- oder Denkformen grundsätzlich nicht ohne Veränderung der Wahrnehmungen, Denkweisen und Wertsetzungen möglich ist. In diesem leider noch recht weiten Sinne tradieren Formen immer auch Nachbilder der Gegenstände, von denen sie abgezogen sind. In assoziationspsychologischer Ausdrucksweise könnte man frei nach Herbart sagen: Die Gegenstände, an denen Denkformen gelernt werden, bestimmen wesentlich bei der Anlage von Assoziationsfeldern und Reproduktionstendenzen mit, und insofern richtet sich jede Vergegenwärtigung tendenziell und wenigstens unbewußt an der eigenen Lerngeschichte und an materialen Tradierungen aus. Es ist nicht egal, ob man Hin(ein)sehen, Mitreden und Zurechtdenken an Mathematik, an Naturwissenschaften, an historischen, fremdsprachlichen oder politischen Texten oder an Kunstwerken übt. Weil man nur sieht, was man halbwegs kennt, ist es nicht einmal egal, ob man das Beweisen in der Algebra, in der synthetischen Geometrie oder in der Analysis kennenlernt.

Ich kann nicht sagen, wie der Pythagorassatz in Menschen nachwirkt, die ihn bis auf ein quadriertes ABC vergessen haben. Ich vermute auch, daß man nicht sehr viele überzeugende Antworten bekäme, wenn man unter Mathematiklehrern herumfragte, warum der Pythagoras so wichtig sei.[26] Ist er deshalb schon curricular disponibel?[27] Vorsicht! Er steht vermutlich immer noch weltweit in allen „höheren" Curricula. Warum ist das so? Etwa, weil er so viele Anwendungen in Mathematik, Physik, Technik und Handwerk hat? Das ist schon deswegen kaum zu glauben, weil nur eine Minderheit diese vielfältigen Anwendungen je zu sehen bekommt, weil der Satz bei Bedarf jederzeit rasch mitgeteilt oder hergeleitet werden könnte und weil z.B. der Kosinussatz oder das Skalarprodukt im Rahmen der euklidischen Geometrie mehr leisten. Trotz der Mathematikern allgemeinen Überzeugung von seiner zentralen Bedeutung erscheint der Pythagorassatz im schulischen Rahmen nirgends als Schluß- oder als Grundstein einer Theorie. Wo der Satz benutzt wird, etwa in den „drei Säulen" der Oberstufenmathematik, geschieht es in aller Regel wie selbstverständlich unter der Hand.

Daß sich zwei Quadrate unter gewissen Bedingungen zu einem dritten zusammenfügen lassen, ist an sich etwas höchst Artifizielles und läßt mitnichten Fundamentales ahnen. Seine mathematischen Bedeutungen erhellen erst in ferneren Kontexten, etwa beim Abstands- oder Winkelmessen, die a priori nichts mit Quadraten zu tun haben. Insofern stellt sich der Pythagorassatz in der Schulmathematik nur als unscheinbares, aber nützliches Werkzeug dar, als Lemma, das eher verbirgt denn zeigt, was es besagt. Trotzdem ahnen auch viele Laien, daß „der Pythagoras" mehr ist als das, ein potenziertes ABC sozusagen, vielleicht gar eine Metapher für die ganze Mathematik an sich.[28] Eine Metapher ist ein bildhafter Ausdruck und Assoziationsstifter für etwas anderes, hier also für „Mathema", „das (von Gelehrten) zu Lernende". Der Pythagorassatz ist historisch der erste wirklich verbüffende, unorganische Satz, und er ist das im logisch-genetischen Aufbau der Schulmathematik geblieben: erstes Zeichen empirisch unzugänglicher, aber empirisch folgenreicher Zusammen-

---

[26] Daß der Satz in den Lehrplänen stehe oder daß man mit ihm viele Aufgaben lösen könne, die man ohne ihn nicht stellen würde, rechne ich nicht zu den überzeugenden Antworten.

[27] Vgl. etwa die Gesamtschulpläne in Heymann 1997.

[28] Vgl. dazu Artmann 1994.

hänge hinter den Dingen, der erste theoretische Pfahl im Fleische der Naturbeobachtung und die erste nachdrückliche Einladung zum theoriegeleiteten Forschen. Wir wissen bis heute nicht, wer wann den Satz entdeckt hat und wie er aus empirischer Praxis heraus entdeckt werden könnte. Vielleicht ist er noch älter als unsere geschichtliche Überlieferung[29], trotzdem ist es sehr treffend, ihn über Pythagoras mit den Ursprüngen wissenschaftlichen Denkens zu verbinden. Wie kann man etwaigen Lebewesen auf fremden Planeten ein kompaktes Bild vom Menschen übermitteln? Man nehme für's Äußere da Vincis Vitruvskizze, und für's Innere die Pythagorasfigur.[30] Seit 1977 tragen zwei Voyagersonden dieses Bild des Menschen ins Universum.

Was hat der „höhere" Mathematikunterricht einer breiteren Öffentlichkeit an Unverwechselbarem, an Unersetzlichem und Bedeutsamem zu sagen? Das Geschäft höherer Mathematik ist von kalkulierbarer Abstraktion geprägt. Abstraktion ist Voraussetzung für theoriegeleitetes Handeln, das seinerseits konstitutiv für das soziale Miteinander in jeder demokratischen Gesellschaftsform nach heutigem Verständnis ist. Mathematische Abstraktion gehört freilich dann und nur dann in Allgemeinbildungsprogramme, wenn sie nicht als esoterischer Selbstzweck von Spezialistengruppen, sondern als Bestandteil geistiger Grundausbildung begriffen wird. Abstraktion ist nicht an sich für alle wertvoll, sie muß von allgemeiner Bedeutung sein, und das verweist uns entweder auf aktuelle Anwendungserfolge im Großen, die im Rahmen des traditionellen, logisch-genetischen Lehrgangs „von Grund auf" selten erreichbar sind, oder auf Einflüsse, die sich langfristig bewährt haben und deshalb erhebliche Nachwirkungen im kollektiven Bewußtsein vermuten lassen.

„Höherer" Mathematikunterricht für alle läßt sich dauerhaft weder durch Verweis auf irgendwelche Anwendungsbeispiele noch durch standhaftes Absingen von Hymnen auf die Schönheit abstrakter Theoriegebäude und Beweise rechtfertigen. Er muß sich entweder ins Wahlprogramm abschieben lassen oder deutlich machen, inwiefern seine wichtigsten Unterrichtsinhalte pädagogisch oder gesellschaftlich konstitutiv sind. „Höherer" Mathematikunterricht ist der Allgemeinheit dann und nur dann zumutbar, wenn seine Inhalte in den Augen der Allgemeinheit als bedeutsam erscheinen können – und das, ohne hinter irgendwelche Berge verweisen zu müssen. Für ein „adäquates Bild von Mathematik", dessen Vermittlung viele Didaktiker als höchstes Unterrichtsziel ausgeben, besteht nur solange öffentlicher Bedarf, wie die Öffentlichkeit glauben kann, daß (Schul-) Mathematik allgemeine Bedeutung hat. Daß dem so ist und daß sich diese Bedeutung nicht in Auslese-, Prüfungs- und Berufszwecken erschöpft, erklärt die Schule offenbar so undeutlich, daß selbst Bildungsbürger aufs Hörensagen angewiesen sind. Es gilt also, abstraktere Unterrichtsinhalte so zu lehren, daß ihre allgemeinbildenden Funktionen erkennbarer werden. Auch die wesentlichen schulischen Inhalte der sogenannten Reinen Mathematik sollten deshalb im Pflichtbereich allgemeinbildender Schulen in „formaler Anwendungsorientierung"[31] gelehrt werden, d.h. explizit in ihren allgemeinbildenden, humanen Funktionen jenseits der Mathematik.

Welche Funktionen könnten das sein? Um es nach all den Vorüberlegungen kurz zu machen: Ich vermute, der pflichtmäßig weiterführende Mathematikunterricht könnte darauf selbstbewußt antworten und sich gesellschaftlich konsensfähig rechtfertigen, wenn die gebotene Mathematik in bemerkenswertem Umfang *metaphorische Bedeutung* für das kollektive Bewußtsein, *epistemologische Kraft* und/oder *emanzipatorisches Potential* aufzeigte. Was ich damit meine, habe ich schon am Beispiel des Pythagorassatzes anzudeuten versucht. Ich will es im folgenden noch ein wenig genauer erläutern.

„Das Wachstum der Sprache beruht auf der Metapher," schreibt der Princeton-Psychologe Julian Jaynes und fährt nach ausführlicher Begründung an anderer Stelle fort: „Eine Sache verstehen

---

29 Vgl. van der Waerden 1983

30 Vgl. dazu Baptist 1997, S. 27f. Im selben Buch, auf den Seiten 67f., findet man eine schöne Antizipation der berühmten Gleichung $E = mc^2$, die schon der jugendliche Einstein für einen eigenen Beweis des Pythagorassatzes aufgeschrieben haben soll.

31 Zur näheren Begriffsbestimmung s. Führer 1997a.

heißt eine Metapher für sie finden, indem wir etwas Vertrauteres an ihre Stelle setzen. Das Gefühl der Vertrautheit ist das Gefühl, verstanden zu haben.“ (Jaynes 1993, S. 66 bzw. S. 70) Jaynes zeigt: Sprachwandel ist Begriffswandel, und Begriffswandel ist Wahrnehmungs- und Verhaltenswandel. Metaphern sind Bezeichnungen für (Gedanken-)Dinge durch andere (Gedanken-)Dinge, und „das Bewußtsein ist aus solchem Stoff, wie Dichtung ist“ (ebenda, S. 77).

Jede lebendige Sprache enthält mathematische Konnotationen, die meist „zwischen den Zeilen“ weitergereicht werden, man denke etwa an tiefere Schichten von Maß, Größe, Verhältnis, Funktionieren, Symmetrie, Ähnlichkeit, Harmonie, Niveau, (Zeit-)Raum(!), Gesetz, Beweis usw. Es läßt sich nun sicher trefflich darüber streiten, ob solche Feinheiten und ggfs. welche im Mathematikunterricht allgemeinverbindlich expliziert werden sollen. Viel wichtiger als bewußte Kenntnisnahme impliziten Wissens (Polanyi 1969), das Mathematik in der heutigen Umgangs-, Wissenschafts-, Wirtschafts-, Rechts- und/oder Kultursprache hinterlegt hat, ist, daß dem auch ein mächtiges konstruktives Potential für jede künftige Entwicklung des kollektiven Bewußtseins entspricht, dem sich kein Individualbewußtsein entziehen kann, weil es uns zwar freisteht zu sehen, aber nicht zu hören.

Welche Metaphern über Tradierung verstanden werden oder werden sollen, entscheidet über die Verbreitung aktiven Besitzes einer Kultur und nimmt Einfluß auf deren künftige Entwicklung. Indem z.B. mathematische Begriffs-, Denk- und Theorieformen andere Wissens- und Wissenschaftsgebiete durchdringen, fließen sie ohnehin metaphorisch in das ein, was kollektiv als Wirklichkeit akzeptiert, antizipiert oder toleriert wird, denn jede Art von Bewußtsein enthält Funktionselemente der sozialen Kontrolle. Möglicherweise ist das – wie Jaynes behauptet – sein ursprünglicher und eigentlicher Sinn. Bewußtsein ist jedenfalls „ein Operator, kein Ding, kein Speicher, kein Trägergerät und keine Funktion (der Wahrnehmungen; L.F.). Es operiert im Medium der Analogie, indem es einen Analograum konstruiert, zu dem ein Analogon ‘ich’ gehört, das diesen Raum zu beobachten und sich metaphorisch darin zu bewegen vermag. Sein Operationsbereich umfaßt jegliches Handeln; es exzerpiert die relevanten Aspekte seiner Operanden (Wahrnehmungen, Erinnerungen usw.; L.F.) und stiftet durch Narrativierung und durch Kompatibilisierung zwischen jenen einen Zusammenhang in einem Metaphernraum, wo derlei Bedeutungszusammenhänge manipuliert werden können wie Dinge im realen Raum... Bewußtsein als ein per Metapher erzeugtes Modell der Welt... eine Analogwelt auf sprachlicher Basis – eine Parallele zur Verhaltenswelt in exakt dem gleichen Sinn, wie man die Mathematik als Parallele zum quantitativen (und Form-) Aspekt der Dingwelt betrachten kann...“ (ebenda, S. 86f.)

Weiterführende Reine Mathematik klassifiziert Phänomene, Wahrnehmungsgestalten und Denkformen, und sie narrativiert sie – um es in der Sprache Jaynes’ auszudrücken – in argumentativen Zusammenhängen. Dazu fixiert sie Abstraktionen und sucht nach logischen Abhängigkeiten zwischen diesen Abstraktionen, um sie kalkulierbar zu machen. Mathematik betreibt also zielbewußt Sprachschöpfung, kalkulierbare Metaphorik auf Vorrat sozusagen[32], deren sich unsere Alltagsvorstellungen längst bedient haben und deren sich künftiges Alltagsbewußtsein – vielleicht über die Vermittlung anderer Wissenschaften – bedienen mag. Mathematisieren heißt demnach Metaphorisieren, Assoziationen stiften und Wirklichkeiten im Bewußtsein ordnen, überschaubar und möglichst zuverlässig berechenbar machen. Daß unsere Wahrnehmung und Konstruktion der sogenannten „Wirklichkeit“ tatsächlich eminent mathematische Züge aufweist und alles andere als biologisch determiniert ist, haben uns Gestalt- und Entwicklungspsychologie im zwanzigsten Jahrhundert ebenso deutlich vor Augen geführt wie Physik, Physiologie, Informatik oder auch die Kulturgeschichte des Altertums (vgl. dazu etwa Brunner-Traut 1996). Weiterführender Mathematikunterricht vermittelt sprachlich-gedankliche Ordnungswerkzeuge, Metaphern und Theorieformen, deren Konnotationsreichtum über die ganze Zivilisationsgeschichte gereift ist. Mathematikunterricht enkulturiert, indem er die vorgefundene Metaphorik im kollektiven Bewußtsein zugleich verständlich macht und als kollektives Verständigungsmittel konserviert.

[32] Vgl. dazu etwa Mehrtens 1990, 1993, und Manin 1990.

Epistemologische Kraft beweist Mathematik immer dann, wenn die Theorie selbst als Anwendungsprozeß fungiert. Dies ist der Fall, wenn mathematische Begriffsbildungen, Methoden oder Theorien als Muster anderer Begriffs-, Wissenschafts- oder Theoriebildungsprozesse auftreten; und dies ist geradezu unvermeidlich der Fall, wenn über Gewohnheiten, Möglichkeiten und Fähigkeiten des Denkens selbst reflektiert werden soll. Ich habe diese Gesichtspunkte an anderer Stelle näher ausgeführt[33] und möchte hier nur einen Aspekt besonders unterstreichen: Wäre die Gewohnheit des Beweisens nur Mathematiker-Attitüde, motiviert entweder aus einem geradezu krankhaft kleinkarierten Sicherheitsbedürfnis oder aus einem übersteigerten Interesse an absoluten, aber exotischen Wahrheiten, dann gehörten Beweisvorführungen mit Recht zum jederzeit disponiblen Gelegenheits-Infotainment. Beweise, als Charakteristika nicht-utilitärer Mathematik, gehören dann und nur dann in den weiterführenden Pflichtbereich von Sekundarstufen, wenn sie mehr tun als „Wahrheiten" abzusichern, wenn sie nämlich als Bemühungen um inter- und innersubjektive „Gewißheit" begriffen werden. Ich glaube, zum Wenigen, dessen sich *alle Menschen* noch gewiß sein können, gehören in diesem Sinne mathematisch-streng beweisbare Sätze, und dies mag der tiefere Grund dafür sein, daß der Satz „von Pythagoras" seit vier- oder zehntausend Jahren in aller Welt überliefert und seit zweieinhalbtausend mathematisch begründet wird. Man kann den epistemologischen Gewinn, den das Beweisen anstrebt, freilich allenfalls über das Beweisen und nicht über Beweise vermitteln. Meinungen, Überzeugungen und Wissen begründen zu *wollen*, ist ein Ziel demokratischer Erziehung, es in dieser epistemologischen Tiefe (gelegentlich) auch zu *können*, sollte nicht wieder zum Herrschaftswissen verkommen, denn es setzt Denkmaßstäbe jenseits aller Staatsmacht.

Emanzipatorisches, mathematikgebundenes Potential steckt nicht nur in mathematischen Möglichkeiten, Abhängigkeitsverhältnisse funktionell, kausal oder auch stochastisch zu modellieren und damit – je nach Unterrichtswirklichkeit – zur Aufklärung oder Volksverdummung beizutragen[34]. Es findet sich auch an einigen Schaltstellen der Kulturgeschichte, die dem kollektiven Bewußtsein nicht entfallen sollten. Dazu gehören z.B. die Entstehung des Wissenschaftsglaubens bei den Pythagoreern und die Republikanisierung des Mit- und Nachrechnens durch Adam Ries und seine Kollegen; dazu gehört die Rolle des Theologieersatzes im Kampf um die kopernikanische Wende; dazu gehören Muster aufgeklärten Argumentierens seit der französischen Revolution; dazu gehört der Aufstieg der mathematischen Makroökonomie in den letzten zweihundert Jahren; dazu gehört die Analyse induktiven Schließens im Anschluß an Bayes, und dazu gehört als Warnung vor Anwendungseuphorie einiges über die Schädelmessung und über die Geburt der schließenden Statistik (auch) aus dem Geiste des Sozialdarwinismus. Vielleicht sollte man auch Vorschlägen von Yuri Manin und Konrad Jacobs folgen, die Arrows Satz vom Diktator hervorheben bzw. Optimierungsfragen in den provozierenden Kontext der Entscheidungstheorie stellen.[35] Unausgeschöpftes emanzipatorisches Potential sehe ich nicht zuletzt in zwei äußerst lebensnahen Grundideen aller Angewandten Mathematik, die auch die Pädagogik allen Mathematikunterrichts fördern könnten: 1. Mache Fehler, aber kontrolliere sie möglichst scharf! 2. Rechne soviel du willst und so geschickt du kannst, aber glaube nicht, dein Ergebnis habe ohne deine Interpretation irgendeine nennenswerte Bedeutung außerhalb der Mathematik (oder Schule).

Zusammenfassung

Das bürokratische Zerrbild von Mathematik, das unser Bildungs- und Ausbildungssystem erzeugt hat und weiter verbreitet, sollte durch sozialrelevanten Geist überwunden werden. Erst wenn unseren Schülern verdeutlicht werden kann, was ihnen und allen Mathematik bedeuten soll, können wir

---

[33] Vgl. Abschnitt 6.4 in Führer 1997a.

[34] Vgl. Abschnitt 7.1 in Führer 1997a.

[35] Vgl. Manin 1990 und Jacobs 1987.

mehr Anstrengungsbereitschaft erwarten. Was wäre gewonnen, wenn unsere Schuljugend übermorgen alle Aufgaben bei FIMSS lösen könnte, und sonst nichts? Es ist mir klar, daß mein Begründungsvorschlag viele Fragen und Probleme aufwirft. Er verlangt zunächst eine Überprüfung des herkömmlichen Schulstoffs, um metaphorische, epistemologische oder emanzipatorische Bedeutungen an geeigneten Stellen zu akzentuieren. Über einen geeigneten Katalog „fundamentaler Ideen“[36], der die mathematische Substanz sichern soll, könnte dann mittelfristig versucht werden, den traditionellen Aufbau „von Grund auf“ durch ein exemplarisches Vorgehen zu ersetzen, das schrittweise Argumentations- und Abstraktionsförderung implizit verfolgt. Auf Dauer wird man den traditionellen logisch-genetischen Aufbau verlassen müssen, um auch über solche mathematischen Themen substanziell reden zu können, die seit dem 18. Jahrhundert globale Bedeutung erlangt haben.

Vielleicht verweist mein Begründungsvorschlag in manchem auch zu deutlich auf Geschichtliches. Wer jedoch meiner These zustimmt, daß sich der weiterführende Mathematikunterricht durch Explikation allgemeiner Bedeutungen legitimieren sollte, der wird kaum umhin kommen, neben aktuelle Bedeutungen solche zu stellen, die sich als dauerhaft erwiesen haben, indem sie kollektives Bewußtsein mitprägten. „Höherer“ Mathematikunterricht kann für die Allgemeinheit nicht zwingend aus spezialistischen Anwendungen, aus Freude an der Mathematik oder aus Berufspropädeutik auf Vorrat gerechtfertigt werden, er muß als soziale Aufgabe begriffen und in diesem Sinne verteidigt werden können. Deshalb plädiere ich inhaltlich für allgemeinverbindlichen Unterricht in mathematischer Abstraktion und didaktisch für „formale Anwendungsorientierung“. Mathematik, die in der Schule nicht zeigen kann, was sie jenseits der Mathematik bedeutet, mag aus diesen oder jenen Gründen ehrenwert, anregend oder gar notwendig bleiben, sie liefert aber allenfalls spitzfindige, zweifelhafte oder schiefe und damit wacklige Begründungen für Mathematik als Pflichtfach. Die öffentliche Meinung vom Mathematikunterricht sollte uns warnen.

Ich hatte eingangs angedeutet, die unverkennbare Krise des weiterführenden Mathematikunterrichts sei zu vielleicht zwei Dritteln außerfachlicher Natur, und ich habe das heutige bildungspolitische Klima als anwenderfreundlich und als theoriefeindlich eingeschätzt. Wer in diesem Klima ernsthaft für die allgemeine Verbreitung von Abstraktion eintritt, bekommt es früher oder später mit dem reformpädagogischen Konformitätstrend zu Anschaulichkeit und Utilitarismus zu tun. Diesen Trend halte ich für gefährlich, weil sozial destruktiv. Er bedroht nicht nur den Unterricht in weiterführender Mathematik, sondern alle Bemühungen um Republikanisierung abstrakteren Wissens. Die Krise des Mathematikunterrichts ist nicht nur hausgemacht, sie ist in erheblichem Maße Spiegelung sozialer Gedankenlosigkeit.

Leider ist der Zusammenhang nicht trivial. Ich will deshalb versuchen, noch einmal die entscheidenden Punkte herauszuarbeiten. Allgemeine Bildungsarbeit soll sozialisieren *und* enkulturieren. Über die *Teilnahme* am Wirtschaftsleben und über die Einpassung ins gesellschaftliche Leben hinaus muß ein Mindestmaß an *Teilhabe* an der Kultur vermittelt werden, wenn die Republik Sache des Volkes bleiben soll. Das ist eine Erziehungsfrage, die einen gesellschaftlichen Konsens jenseits aller Motivationskünste voraussetzt, wie schon Rousseau bemerkte. Nimmt man „Kultur“ als gewachsenes Konglomerat von Zeichen, Bezeichnungen, Schemata, Konnotationen und Metaphern, die von einer mehr oder minder losen Gemeinschaft benutzt und verstanden werden, dann bedeutet „Teilhabe“ nicht mehr und nicht weniger als die Befähigung, sich als Teil dieser Gemeinschaft fühlen, äußern und identifizieren zu können. Nur vom ernstgenommenen Bürger kann erwartet werden, für die ihm einsehbaren, originär „angeeigneten“ Sichtweisen, Begründungspflichten und Wertsetzungen der Gemeinschaft freiwillig einzustehen und dafür ggfs. auch persönliche Nachteile hinzunehmen. „Orientierungswissen“ ist das einzige bislang halbwegs erfolgreiche Mittel, mit dem immaterielle Werte zwangfrei erschlossen und tragfähig über die „Amour propre“ Rousseaus, den privaten Eigennutz, gesetzt werden können. Die geistigen Stützpfeiler der Demokratie sind Humanität und Rationalität, nicht Religionsunterricht und kommerzialisierte Chancen-

---

36 Vgl. dazu etwa Kapitel 6.2 in Führer 1997a.

zuteilung. Das allgemeine Recht auf Bildung ist in Jahrhunderten erkämpft worden, die modernen Demokratien sind darüber hinaus auf eine Pflicht zur allgemeinen Bildung angewiesen. Wer dem zustimmt, sollte öffentliche Schulen besser nicht – wie derzeit in Mode – als Dienstleistungsbetriebe oder als paßgerechte Module eines kostengünstigen Qualifizierungssystems mißverstehen.

Daß formal-, material- und sozialbildende Elemente für *alle* Schüler optimal zu verbinden sind, galt in meiner Referendarzeit noch als pädagogische Binsenweisheit. Inzwischen kommen freilich wieder Tendenzen auf, „Massenbildung" auf Material- und Sozialbildung zurückzustutzen und damit das Problem selbst zu beseitigen, statt es zu lösen. Dieses Vorgehen ist besonders volkstümlich, weil es mit ein wenig Etikettenschwindel allseitig spart, Bürger nach Brauchbarkeit klassifiziert und sozial destruktive Egozentrismen begünstigt. Es ist tief in unheiligen Traditionen des deutschen Schulwesens, Groß- und Bildungsbürgertums verwurzelt, und damit – leider unterbewußt – auch im Mandarinat der akademischen Pädagogik, Mathematik und Personalpolitik.

Es wäre sicher vermessen zu behaupten, unsere Demokratie würde zusammenbrechen, wenn man den allgemeinverbindlichen Mathematikunterricht mit Klasse 7 oder 8 gut sein ließe. So mancher real-existierende Mathematikunterricht schadet wohl auch mehr, als er nützt. Die öffentliche Diskussion verallgemeinert aber naturgemäß und zeigt gerade am „höheren" Mathematikunterricht, wie sie künftig mit Abstraktionen umzugehen gedenkt. Davor sollten wir uns fürchten. Daß mit der Buchstabenrechnung oder Analysis Denkweisen verbunden sind, die abstraktere Argumentationen weit über den Tellerrand der Mathematik hinaus prägen, daß mit Pythagoras und den Pythagoreern Metaphern verbunden sind, die unserem Wissenschaftsvertrauen zugrunde liegen, daß Strukturierungen Wahrnehmungen verändern, all dies läßt sich in Zeitungsüberschriften nicht verteidigen, und in bildungspolitischen Diskussionen kaum, weil es nicht mehr „in" ist und weil es der Mathematikunterricht zu wenig expliziert hat. Untertanen geht das alles wirklich nichts an. Es hat mit der Idee eines mündigen Bürgers zu tun, der mehr verantworten muß und kann als seine private Haushaltung. Wie kann er das, wenn ihm das Allgemeine nur noch als Besonderes zugemutet wird, nachdem er nicht einmal das Besondere wirklich beherrscht?

Lassen Sie mich mit einem Wort von Albert Einstein antworten, das ich kürzlich auf einer Postkarte fand: „Alles soll so einfach wie möglich gemacht werden – aber nicht einfacher!"

Literatur:

Artmann, B.: Der Satz von Pythagoras als Paradigma für Mathematik. In: Mathematik in der Schule 32 (1994), S. 343-358.

Baptist, P.: Pythagoras und kein Ende? Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett 1997.

Baumert, J., Lehmann, R. u.a.: TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Opladen: Budrich und Leske 1997.

Beaton, A.E., Mullis, I.V.S. et al.: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Chestnut Hill, MA, USA: Boston College Nov. 1996.

Blankertz, H.: Bildung im Zeitalter der großen Industrie - Pädagogik, Schule und Berufsbildung im 19. Jahrhundert. Hannover: Schroedel 1967.

Brunner-Traut, E.: Frühformen des Erkennens – Aspektive im alten Ägypten. Darmstadt: Wiss. Buchges. (3. Aufl.:) 1996.

Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung (Hrsg.): Gutachten zur Vorbreitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts". Bonn: BLK Dezember 1997 (sog. „BLK-Expertise").

Erklärung der Fachverbände DMV/GDM/MNU zu den Ergebnissen der internationalen Mathematikstudie TIMSS vom 19. Februar 1997: Schlechte Noten für den Mathematikunterricht in

Deutschland – Anlaß und Chance für Innovationen. (Zitiert nach dem Abdruck in: DMV-Mitteilungen, Heft 2, 1997, S. 12f.)

Führer, L.: Pädagogik des Mathematikunterrichts. Wiesbaden: Vieweg 1997a.

Führer, L.: Von der Entsorgung mathematischer Bildung durch ihre Theorie (Rezension von H. W. Heymann 1996). In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 1997b, Heft 2, S. 53-61.

Giesecke, H.: Wozu ist die Schule da? Stuttgart: Klett-Cotta (2. Aufl.:) 1997.

Heymann, H. W.: Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim: Beltz, 1996.

Heymann, H. W.: Der neue Lehrplan für die Gesamtschulen in Nordrhein-Westfalen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 1997, S. 215-218.

Jacobs, K.: Resultate, Ideen und Entwicklungen in der Mathematik, Band 1. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 1987.

Jahnke, H.N.: Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1990.

Jaynes, J.: Der Ursprung des Bewußtseins. Reinbeck: Rowohlt 1993 (amer. Original 1976).

Kreuzer, H. (Hrsg.): Die zwei Kulturen – Literarische und naturwissenschaftliche Intelligenz – C.P. Snows These in der Diskussion. München: dtv 1987.

Manin, Y.I.: Mathematics as Metaphor. In: Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Kyoto: August 1990, S. 1665-1672.

Mehrtens, H.: Moderne – Sprache – Mathematik... Frankfurt am Main: Suhrkamp 1990.

Mehrtens, H.: Nachwort. In J. D. Barrow: Warum die Welt mathematisch ist. Frankfurt am Main: Campus 1993.

Mittelstraß, J.: Wissenschaft als Lebensform. Frankfurt am Main: Suhrkamp 1982.

Pahl, F.: Geschichte des naturwissenschaftlichen und mathematischen Unterrichts. Leipzig: Quelle & Meyer 1913.

Polanyi, M.: Implizites Wissen. Frankfurt am Main: Suhrkamp 1969.

Ringer, F.K.: Die Gelehrten - Der Niedergang der deutschen Mandarine 1890-1933. Stuttgart: Klett 1983 (auch als Taschenbuch 1987 bei dtv/Klett-Cotta erschienen).

Rutz, M.: Aufbruch in der Bildungspolitik – Roman Herzogs Rede und 25 Antworten. München: Goldmann 1997.

Schubring, G.: Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Weinheim: Deutscher Studienverlag (2. Aufl.:) 1991.

Sekretariat der KMK: Ergebnisse und Auswirkungen der Dritten Internationalen Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie (TIMSS) ... – Berichterstattung über die Anhörung am 26./27.06.1997 und Überlegungen zum weiteren Verfahren. (Unveröff. Vorlage zur Amtschefskonferenz am 11./12.09.1997.)

Sekretariat der KMK: Vorlage TO 326 zur 152. Amtschefkonferenz am 06./07.11.1997 (Stand 27.10.97).

Stewart, I.: Mathematik – Probleme, Themen, Fragen. Basel u.a.: Birkhäuser, 1990.

TIMSS Mathematics Items: Released Set for Population 2 (Seventh and Eighth Grades). Internet: http://wwwcsteep.edu/TIMSS1/TIMSSPublications.html.

Waerden, B. L. van der: Geometry and Algebra in Ancient Civilisations. Berlin u.a.: Springer 1983.

Adressen des Autors:

Prof. Dr. Lutz Führer
Institut für Didaktik der Mathematik
der J. W. Goethe-Universität
Senckenberganlage 9
60054 Frankfurt am Main

privat:
Am Kupferberg 14
53619 Rheinbreitbach
Tel.: 02224-75309
Fax.: 02224-76531