Fachbereich Mathematik & Informatik
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. Ilka Agricola

Wintersemester 2008-09
Themenbeschreibung

Grundlagen der Topologie

In diesem Seminar geht es um eine mathematische Diskussion einiger grundlegenden Begriffe und Ergebnisse der (algebraischen) Topologie:

1. Klassifikation der Flächen
2. Triangulierung, Euler-Charakteristik
3. Fundamentalgruppe und der Satz von Seifert-van Kampen zu ihrer Berechnung
4. Überlagerungen und ihre Verbindung zur Fundamentalgruppe

Als Richtschnur werden wir v a. die im Internet frei zugänglichen Seminarnotizen von Lutz und Katharina Habermann verwenden ([LKH01]), da sie im Umfang ziemlich genau dem Stoff eines Semesters entsprechen. Das Buch von Stöcker/Zieschang ist als Ergänzung gedacht; da es aber sehr umfangreich ist, wird es nicht möglich sein, *alle* Ergebnisse der entsprechenden Absätze in den Vorträgen darzustellen. Als allgemeines Nachschlagewerk der Topologie empfehle ich das Buch von Seifert-Threlfall. Es wird *nicht* angestrebt, die behandelten Begriffe und Ergebnisse in größtmöglicher Allgemeinheit zu besprechen – dies ist ohne Vorkenntnisse und in diesem geringen Zeitumfang nicht möglich.

Bemerkung: Jeder Vortrag ist schriftlich auszuarbeiten (handschriftlich – lesbar ! – genügt). Insgesamt stehen 12 Themenvorschläge zur Auswahl:

1. Einführung in topologische Räume (22.10.2008)

I. Agricola

Mathematischer Einstieg in das Seminar – Grundbegriffe topologischer Räume.

2. Topologische Mannigfaltigkeiten (29.10.2008)

B. Gültop

Begriff der topologischen Mannigfaltigkeit mit/ohne Rand, Atlas, Abbildungen, Beispiele.
Literatur: [LKH01, §1.2], [BJ73, §1], [SZ88, §1.5].

3. Klassifikation der eindim. Mannigfaltigkeiten (5.11.2008)

L. Katthän

Ziel ist der Beweis des folgenden Satzes: eine eindimensionale topologische Mannigfaltigkeit ist homöomorph zu S^1, $\mathbb{R}$, $[0,1]$ oder $[0,\infty[$.
Literatur: [LKH01, §1.3].

4. Flächen (zwei Vorträge: 12.11. und 19.11.2008)

M. Schmidt
P. Schuster

Begriff der Fläche, geschlossene Fläche, Rand, Orientierbarkeit, Verkleben, zusammenhängende Summe. Formulierung und Folgerungen von Satz 2.1.11 aus [LKH01]: Homöomorphiesatz für geschlossene Flächen („Jede geschlossene Fläche ist homöomorph zu. . . “), Beweis später. Viele Beispiele: Möbiusband, Klein'sche Flasche, projektive Ebene, Torus, Brezelfläche. . .
Literatur: [LKH01, §2.1], [SZ88, §1.4].

5. Triangulierungen und Beweis des Homöomorphiesatzes (zwei Vorträge: 26.11. und 3.12.2008)

L. Walter
A. Schwarmann

Begriff der Triangulierung (v. a. für Flächen), Beispiele. Kein Beweis der Tatsache, dass jede Fläche triangulierbar ist. Beweis des Homöomorphiesatzes.
Literatur: [LKH01, §2.2-2.3], [SZ88, §3.1].

J. Müller

6. Die Euler-Charakteristik einer geschlossenen Fläche (10.12.2008)

Beweis der Euler'schen Polyederformel, Euler-Charakteristik, Beispiele, Geschlecht einer Fläche.
Literatur: [LKH01, §2.5], [AF08, §2.5]

R. Wissing

7. Homotopie und Fundamentalgruppe (17.12.2008)

Definition der Homotopie, Eigenschaften, Definition der Fundamentalgruppe eines topologischen Raums, Wegzusammenhang.
Literatur: [LKH01, §3.1], [SZ88, §5.1].

J. Höll

8. Beispiele von Fundamentalgruppen & frei erzeugte Gruppen (7.1.2009)

Fundamentalgruppe des Raums mit einem Punkt, eines sternförmigen Gebiets, von S^1, $\mathbb{R}^2 - \{0\}$ usw. Frei erzeugte Gruppen.
Literatur: [LKH01, §3.2-3.3], [SZ88, §5.2, 5.5].

I. Agricola

9. Der Satz von Seifert und van Kampen (14.1.2009)

Formulierung des Satzes (kein Beweis), Beispiele und Anwendungen.
Literatur: [LKH01, §3.4], [SZ88, §5.3-5.4].

M. Braun

10. Überlagerungen (21.1.2009)

Begriff der Überlagerung, Beispiele, eigentlich diskontuierliche Gruppenwirkungen und deren Bedeutung für Überlagerungen.
Literatur: [SZ88, §6.1].

B. Lessing

11. Das Liften von Wegen & Überlagerungen (28.1.2009)

Lift eines Weges, Hauptlemma der Überlagerungstheorie und Konsequenzen, das Liftungsverhalten einer Überlagerung (Auswahl der zu führenden Beweise nach Absprache). Formulierung der Gültigkeit der Umkehrung des Äquivalenzkriteriums 6.3.4 ohne Beweis mit Folgerungen (vgl. [SZ88, §6.6]).
Literatur: [SZ88, §6.2-6.3].

12. Reserve: 4.2. / 11.2.

Literatur

[AF08] I. Agricola und Th. Friedrich, *Elementargeometrie*, 2. Auflage, Vieweg-Verlag, 2008.

[BJ73] Th. Bröcker und K. Jänich, *Einführung in die Differentialtopologie*, Heidelberger Taschenbücher, Springer Verlag, 1973.

[LKH01] L. und K. Habermann, *Seminar zur Topologie von Flächen*, erhältlich unter http://www-ifm.math.uni-hannover.de/~habermann/

[SZ88] R. Stöcker und H. Zieschang, *Algebraische Topologie*, Teubner Verlag Stuttgart, 1988.

[ST34] H. Seifert und W. Threlfall, *Lehrbuch der Topologie*, Teubner Verlag Stuttgart, 1934.