

16. November 2006

5. Übung zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“,
Abgabe: 23. November 2006 vor der Vorlesung WS06/07

Aufgaben

5.1 Kopfnormalform und Normalform

4 Punkte

Bestimmen Sie, falls existent, die Kopfnormalform und die Normalform für die folgenden Ausdrücke:

- (a) $\lambda x. x (\lambda z. z z) \lambda y. xy$
- (b) $\lambda x. x ((\lambda z. z z) \lambda y. xy)$
- (c) $(\lambda x y. x (\lambda z. z z)) \lambda v. v v$
- (d) $(\lambda x y. y (x (\lambda z. z z))) \lambda v. v v$

5.2 Rekursion im λ -Kalkül

4 Punkte

- (a) Die Fakultätsfunktion wird im getypten λ -Kalkül mit Hilfe des Fixpunktoperators fix wie folgt definiert:

$$fac \equiv fix f. \lambda x. \underline{if} (\underline{=} x \underline{0}) \underline{1} (* x (f (\underline{-} x \underline{1})))$$

Die Funktion erwartet eine Zahl (Konstante) als Argument und verwendet neben Zahlen die “konstanten” Operationen $\underline{=}$, $*$, $\underline{-}$ und \underline{if} .

Reduzieren Sie den Ausdruck $fac \underline{3}$ nach den Reduktionsregeln für den getypten λ -Kalkül zur Normalform.

- (b) Definieren Sie eine λ -Abstraktion, welche die Multiplikation zweier Zahlen auf eine rekursiv wiederholte Addition zurückführt.

5.3 Typinferenz

4 Punkte

- (a) Geben Sie für *beide* Regelsysteme der VL Herleitungen für den Typ der folgenden Funktion an:

$$\lambda f g x. g (f x)$$

- (b) Leiten Sie nach den Regeln zur syntaxgesteuerten Typinferenz den Typ der Funktion fac aus Aufgabe 2a her.