PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen
J.Berthold

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

16.November 2006

5. Übung zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“,

Abgabe: 23.November 2006 vor der Vorlesung **WS06/07**

Aufgaben

5.1 **Kopfnormalform und Normalform** 4 Punkte

Bestimmen Sie, falls existent, die Kofnormalform und die Normalform für die folgenden Ausdrücke:

(a) $\lambda x.\ x\ (\lambda z.z\,z)\lambda y.xy$

(b) $\lambda x.x\,((\lambda z.z\,z)\lambda y.xy)$

(c) $(\lambda x\,y.x(\lambda z.z\,z))\lambda v.v\,v$

(d) $(\lambda x\,y.y(x(\lambda z.z\,z)))\lambda v.v\,v$

5.2 **Rekursion im λ-Kalkül** 4 Punkte

(a) Die Fakultätsfunktion wird im getypten λ-Kalkül mit Hilfe des Fixpunktoperators fix wie folgt definiert:

$$fac \equiv fix\, f.\lambda x.\underline{if}\,(\underline{=}\,x\,\underline{0})\,\underline{1}\,(\underline{*}\,x\,(f\,(\underline{-}\,x\,\underline{1})))$$

Die Funktion erwartet eine Zahl (Konstante) als Argument und verwendet neben Zahlen die "konstanten" Operationen $\underline{=}$, $\underline{*}$, $\underline{-}$ und $\underline{if}$.

Reduzieren Sie den Ausdruck $fac\,\underline{3}$ nach den Reduktionsregeln für den getypten λ-Kalkül zur Normalform.

(b) Definieren Sie eine λ-Abstraktion, welche die Multiplikation zweier Zahlen auf eine rekursiv wiederholte Addition zurückführt.

5.3 **Typinferenz** 4 Punkte

(a) Geben Sie für *beide* Regelsysteme der VL Herleitungen für den Typ der folgenden Funktion an:

$$\lambda f\,g\,x.g\,(f\,x)$$

(b) Leiten Sie nach den Regeln zur syntaxgesteuerten Typinferenz den Typ der Funktion fac aus Aufgabe 2a her.