

14. Dezember 2006

9. Übung zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“,

Abgabe: 21. Dezember 2006 vor der Vorlesung

WS06/07

Aufgaben

9.1 Semantik eines Haskell-Programms

4 Punkte

Geben Sie zum folgenden Haskell-Programm ein äquivalentes rekursives Programm nach Definition der Vorlesung an:

```
Haskell Code
g  :: Double -> Double -> Double -> Double
g n x y | x - y < 0.001 = y
        | otherwise     = g n y (approx n y)

approx :: Double -> Double -> Double
approx n x = (x + n/x)/2
```

Berechnen Sie die ersten 3 Fixpunktapproximationen der (nicht-strikten) Semantik Ihres Programms.

9.2 Fixpunktsemantik

8 Punkte

Gegeben sei das rekursive Programm $R_{\mathbb{Z}_{\perp}}$ mit

$$R : F(x) = \text{if } x > 100 \text{ then } x - 10 \text{ else } F(F(x + 11))$$

und der üblichen Interpretation der Operationssymbole.

- Geben Sie das Funktional $\Phi_{(R, \mathbb{Z}_{\perp})}$ zur nicht-strikten Fixpunktsemantik an.
- Berechnen Sie $\Phi_{(R, \mathbb{Z}_{\perp})}^i(f_{\emptyset})$ für $i \in \{1, 2, 3\}$. Dabei sei f_{\emptyset} die einstellige Funktion, die jedes Argument auf \perp abbildet.
- Beweisen Sie durch Induktion, dass für alle $1 \leq i \leq 11$ gilt:
$$\Phi_{(R, \mathbb{Z}_{\perp})}^i(f_{\emptyset})(n) = \text{if } n > 100 \text{ then } n - 10 \text{ else if } 100 \geq n \geq 102 - i \text{ then } 91 \text{ else } \perp$$
- Bestimmen Sie $\Phi_{(R, \mathbb{Z}_{\perp})}^i(f_{\emptyset})$ für $i > 11$.
- Geben Sie die nicht-strikte Fixpunktsemantik von $R_{\mathbb{Z}_{\perp}}$ an.
- Unterscheidet sich die nicht-strikte Fixpunktsemantik von $R_{\mathbb{Z}_{\perp}}$ von der strikten?