PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen
J.Berthold

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

14.Dezember 2006

9. Übung zu „Grundlagen der funktionalen Programmierung“,

Abgabe: 21.Dezember 2006 vor der Vorlesung **WS06/07**

Aufgaben

9.1 **Semantik eines Haskell-Programms** 4 Punkte

Geben Sie zum folgenden Haskell-Programm ein äquivalentes rekursives Programm nach Definition der Vorlesung an:

Haskell Code

```
g  :: Double -> Double -> Double -> Double
g n x y | x - y < 0.001 = y
        | otherwise     = g n y (approx n y)

approx :: Double -> Double -> Double
approx n x = (x + n/x)/2
```

Berechnen Sie die ersten 3 Fixpunktapproximationen der (nicht-strikten) Semantik Ihres Programms.

9.2 **Fixpunktsemantik** 8 Punkte

Gegeben sei das rekursive Programm $R_{\mathbb{Z}_\perp}$ mit

$$R : F(x) = \textit{ if } x > 100 \textit{ then } x - 10 \textit{ else } F(F(x + 11))$$

und der üblichen Interpretation der Operationssymbole.

(a) Geben Sie das Funktional $\Phi_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}$ zur nicht-strikten Fixpunktsemantik an.

(b) Berechnen Sie $\Phi^i_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}(f_\emptyset)$ für $i \in \{1, 2, 3\}$. Dabei sei $f_\emptyset$ die einstellige Funktion, die jedes Argument auf $\perp$ abbildet.

(c) Beweisen Sie durch Induktion, dass für alle $1 \leq i \leq 11$ gilt:
$\Phi^i_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}(f_\emptyset)(n) = \textit{ if } n > 100 \textit{ then } n{-}10 \textit{ else if } 100 \geq n \geq 102{-}i \textit{ then } 91 \textit{ else } \perp$

(d) Bestimmen Sie $\Phi^i_{(R,\mathbb{Z}_\perp)}(f_\emptyset)$ für $i > 11$.

(e) Geben Sie die nicht-strikte Fixpunktsemantik von $R_{\mathbb{Z}_\perp}$ an.

(f) Unterscheidet sich die nicht-strikte Fixpunktsemantik von $R_{\mathbb{Z}_\perp}$ von der strikten?