

7. Übung zur Vorlesung “Parallele Algorithmen”, Sommer 07

Abgabe: 14. Juni 2007 vor der Vorlesung

Aufgaben

7.1 Algorithmus von Cole

6 Punkte

Gegeben seien sortierte endliche Folgen ganzer Zahlen X, Y, X' und Y' mit $X \propto X'$ und $Y \propto Y'$. Zeigen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen gilt:

- (a) $X \& Y \propto X'$ und $X \& Y \propto Y'$
- (b) Es gilt nicht, dass: $X \& Y \propto X' \& Y'$.
- (c) Zwischen je k aufeinanderfolgenden Elementen von $X \& Y$ liegen höchstens $2k + 2$ Elemente von $X' \& Y'$.
- (d) $\frac{X \& Y}{4} \propto \frac{X' \& Y'}{4}$

7.2 Sortieren auf einem zweidimensionalen Gitter

6 Punkte

Auf einem $n \times n$ Gitter wird zur Sortierung von n^2 Zahlen in Schlangenlinien (siehe Skizze) folgender Algorithmus vorgeschlagen:

Führe in $\log n$ Phasen durch:

- Sortiere parallel alle Zeilen mit geradem Index ≥ 0 in aufsteigender Reihenfolge (d.h. kleinstes Element nach links), die Zeilen mit ungeradem Index in absteigender Reihenfolge.
- Sortiere parallel alle Spalten, so daß die jeweils kleinsten Elemente oben stehen.

13	11	1	9		1	9	11	13		1	4	2	0		0	1	2	3
2	7	4	0		7	4	2	0		3	5	8	6		7	6	5	4
12	5	10	3		3	5	10	12		7	9	10	12		8	9	10	11
15	8	6	14		15	14	8	6		15	14	11	13		15	14	13	12

- (a) Benutzen Sie das 0-1-Prinzip, um die Korrektheit des Algorithmus zu zeigen.
Hinweis: Eine *unreine* Zeile sei eine Zeile, die sowohl Nullen als auch Einsen enthält. Zeigen Sie durch Betrachtung übereinanderliegender Zeilen, dass sich ab dem zweiten Durchlauf der Zählschleife die Anzahl der unreinen Zeilen in jeder Sortierphase halbiert.
- (b) Welcher Algorithmus wird sinnvollerweise zum Sortieren der Zeilen und Spalten verwendet? Berechnen Sie (asymptotisch) den Aufwand des gesamten Sortieralgorithmus und vergleichen Sie ihn mit der unteren Schranke für das Sortieren auf einem zweidimensionalen Gitter.