

8. Übung zu “Semantik von Programmiersprachen”, SS 2006

Abgabe schriftlicher Aufgaben: Di, 20.Juni 2006 (vor der Vorlesung)
Besprechung mündlicher Aufg.: – keine –

Hinweise:

Dieses Blatt enthält keine mündlichen Aufgaben, da am Donnerstag kein Tutorium stattfindet.

Schriftliche Aufgaben

8.1 Korrektheitsnachweis per Fixpunktinduktion

6 Punkte

(a) **Fixpunktinduktion**

/ 2

Seien (D, \leq) eine kettenvollständige Halbordnung und $f : D \rightarrow D$ stetig, sowie $p : D \rightarrow \mathbf{T}$ ein Prädikat über D . Beweisen Sie die folgende Aussage:

Wenn für jede Kette $K \subseteq D : p(d) \forall d \in K \curvearrowright p(\sqcup K)$
und $\forall d \in D : p(d) \curvearrowright p(f(d))$ gilt, dann gilt: $p(\text{fix } f) = \text{true}$.

(b) Beweisen Sie mit a: die folgende Anweisung berechnet den $\text{ggt}(\sigma(N), \sigma(M))$:

/ 4

```
while (N  $\neq$  M) do if (N < M) then M := M - N else N := N - M
```

Hinweis: Definieren Sie ein Prädikat der Form $f(\sigma) = \sigma' \curvearrowright \dots$ auf $\{f : \Sigma \rightarrow \Sigma\}$ und zeigen Sie, dass es unter Anwendung des Schleifenfunctionals erhalten bleibt.

8.2 Statische Vorzeichenanalyse

4 Punkte

(a) Zeigen Sie mit Hilfe der statischen Vorzeichenanalyse aus der Vorlesung, dass die Anweisung

```
Z := 0; while Y  $\leq$  X do (Z:=Z+1; X:=X-Y)
```

nie in einen Zustand mit negativem Z führt.

(b) Welche Aussagen kann die Analyse über das Vorzeichen von X machen, wenn vor der Anweisung X und Y positive Werte hatten?

8.3 Verfeinerte Vorzeichenanalyse

Der Bereich **Sign** der Vorlesung enthält als verwertbare Informationen nur POS, NEG und ZERO. Man kann den Bereich auch um die jeweiligen Verneinungen NON-NEG, NON-POS und NON-ZERO erweitern.

5 Punkte

(a) Wie sollten die neuen Werte in die Halbordnung auf **Sign** eingefügt werden? Skizzieren Sie die Halbordnung in einem Diagramm und begründen Sie Ihre Lösung.

(b) Erweitern Sie die abstrakten Operationen $-^s$ und $*^s$ für die Vorzeicheninterpretation \mathcal{A}^s arithmetischer Ausdrücke in geeigneter Weise.

(c) Geben Sie die Abbildung $\mathcal{B}^s \llbracket X * X > 0 \rrbracket$ für den erweiterten Bereich an.