PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen
J.Berthold

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße

13.Juni 2006

8. Übung zu "Semantik von Programmiersprachen", SS 2006

Abgabe schriftlicher Aufgaben: **Di, 20.Juni 2006 (vor der Vorlesung)**
Besprechung mündlicher Aufg.: **– keine –**

Hinweise:
Dieses Blatt enthält keine mündlichen Aufgaben, da am Donnerstag kein Tutorium stattfindet.

Schriftliche Aufgaben

8.1 **Korrektheitsnachweis per Fixpunktinduktion** 6 Punkte

(a) **Fixpunktinduktion** / 2
Seien $(D, \leq)$ eine kettenvollständige Halbordnung und $f : D \to D$ stetig, sowie $p : D \to \mathbf{T}$ ein Prädikat über D. Beweisen Sie die folgende Aussage:

Wenn für jede Kette $K \subseteq D :\ p(d) \forall d \in K \curvearrowright p(\sqcup K)$
und $\forall d \in D :\ p(d) \curvearrowright p(f(d))$ gilt, dann gilt: $p(\mathit{fix} f) = \mathit{true}$.

(b) Beweisen Sie mit a: die folgende Anweisung berechnet den $ggt(\sigma(N), \sigma(M))$: / 4

`while (N ≠ M) do if (N < M) then M := M - N else N := N - M`

Hinweis: Definieren Sie ein Prädikat der Form $f(\sigma) = \sigma' \curvearrowright \ldots$ auf $\{f : \Sigma \dashrightarrow \Sigma\}$ und zeigen Sie, dass es unter Anwendung des Schleifenfunktionals erhalten bleibt.

8.2 **Statische Vorzeichenanalyse** 4 Punkte

(a) Zeigen Sie mit Hilfe der statischen Vorzeichenanalyse aus der Vorlesung, dass die Anweisung

`Z := 0; while Y ≤ X do (Z:=Z+1; X:=X-Y)`

nie in einen Zustand mit negativem Z führt.

(b) Welche Aussagen kann die Analyse über das Vorzeichen von X machen, wenn vor der Anweisung X und Y positive Werte hatten?

8.3 **Verfeinerte Vorzeichenanalyse** Der Bereich **Sign** der Vorlesung enthält als verwertbare Informationen nur POS, NEG und ZERO. Man kann den Bereich auch um die jeweiligen Verneinungen NON-NEG, NON-POS und NON-ZERO erweitern. 5 Punkte

(a) Wie sollten die neuen Werte in die Halbordnung auf **Sign** eingefügt werden? Skizzieren Sie die Halbordnung in einem Diagramm und begründen Sie Ihre Lösung.

(b) Erweitern Sie die abstrakten Operationen $-^s$ und $*^s$ für die Vorzeicheninterpretation $\mathcal{A}^s$ arithmetischer Ausdrücke in geeigneter Weise.

(c) Geben Sie die Abbildung $\mathcal{B}^s[\![X * X > 0]\!]$ für den erweiterten Bereich an.