PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen
J.Berthold

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße

27.Juni 2006

10. Übung zu "Semantik von Programmiersprachen", SS 2006

Abgabe schriftlicher Aufgaben: Di, 4.Juli 2006 (vor der Vorlesung)
Besprechung mündlicher Aufg.: 29.Juni 2006

Mündliche Aufgaben

10.1 Gegeben sei die folgende Anweisung $c \in \mathbf{Cmd}$:

$$Z := 0;\ \mathbf{while}\ Y \leq X\ \mathbf{do}\ (Z := Z + 1; X := X - Y).$$

(a) Formulieren Sie für c eine partielle Korrektheitsaussage folgenden Inhalts: Wenn die Programmausführung in einem Zustand $\sigma \in \Sigma$ mit $\sigma(X) > 0$ und $\sigma(Y) > 0$ startet und in einem Zustand $\sigma' \in \Sigma$ endet, dann gilt

$$\sigma'(Z) = \sigma(X)\mathbf{div}\ \sigma(Y) \text{ und } \sigma'(X) = \sigma(X)\mathbf{mod}\ \sigma(Y)$$

(b) Leiten Sie Ihre Aussage mit Hilfe der Hoare-Regeln her.

10.2 (a) Definieren Sie analog zur schwächsten Vorbedingung das Konzept der *stärksten Nachbedingung* $\mathbf{sp}^I[\![A, c]\!] \subseteq \Sigma_\perp$ einer Zusicherung $A \in \mathbf{Assn}$ bezüglich einer Anweisung $c \in \mathbf{Com}$ unter einer Interpretation $I \in \mathcal{I}$.

(b) Zeigen Sie für beliebige $A, B, B_0 \in \mathbf{Assn}$ und $c \in \mathbf{Cmd}$:

Falls für jedes $I \in \mathcal{I}$ $B_0^I = \mathbf{sp}^I[\![A, c]\!]$ ist, dann gilt $\models \{A\}c\{B\} \Leftrightarrow \models B_0 \curvearrowright B$.

Schriftliche Aufgaben

10.3 Leiten Sie mit Hilfe der Hoare-Regeln her: $\boxed{\text{6 Punkte}}$

$$
\begin{array}{l}
\{X = n \wedge Y = m \wedge Z = 1\} \\
\mathbf{while}\ \neg(Y = 0)\ \mathbf{do} \\
\quad (\mathbf{while}\ even(Y)\ \mathbf{do}\ (X := X * X; Y := Y/2); \\
\quad Z := Z * X; \\
\quad Y := Y - 1) \\
\{Z = n^m\}
\end{array}
$$

Dabei verwenden wir ganzzahlige Division als Erweiterung der arithmetischen Ausdrücke sowie ein Prädikat *even*, das angibt, ob eine Zahl gerade ist.

10.4 **Axiomatische Semantik von `repeat`** $\boxed{\text{6 Punkte}}$

(a) Geben Sie eine Hoare-Regel für die **repeat** -Schleife an. / 3

(b) Leiten Sie mit Hilfe Ihrer Regel die folgende Aussage her: / 3

$$\{Y = k \wedge X = j\}\ \mathbf{repeat}\ (X := X * 2; Y := Y - 1)\ \mathbf{until}\ Y = 1 \quad \{X = j \cdot 2^{k-1}\}$$