

Übungen zur Algebra II

– Blatt 3 –

Abgabe Dienstag, 04.05.2010, 12 Uhr s.t.

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Sei α eine positive rationale Zahl, die in \mathbb{Q} kein Quadrat ist. Man beweise, dass $\mathbb{Q}[\sqrt[4]{\alpha}]$ Grad 4 über \mathbb{Q} hat. (Hinweis: Man zeige, dass das Problem äquivalent ist zur Irreduzibilität eines bestimmten Polynoms mit ganzen Koeffizienten, und löse die Aufgabe nach Variablensubstitution mit Hilfe des Eisenstein-Kriteriums.)

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Man drücke $\sin 75^\circ$ durch Quadratwurzeln aus.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Ist es möglich, ein Quadrat zu konstruieren, dessen Fläche gleich der Fläche eines vorgegebenen Dreiecks ist?

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Man setze als bekannt voraus, dass π eine transzendente Zahl ist. Man beweise, dass ein Quadrat, dessen Fläche mit der Fläche eines Einheitskreises übereinstimmt, nicht konstruierbar ist. (Die Quadratur des Kreises ist unmöglich.)

Aufgabe 5. (4 Punkte)

Man bestimme den Zerfällungskörper L von $f \in \mathbb{Q}[x]$ und eine \mathbb{Q} -Basis von L , wobei

(a) $f(x) = x^4 - 1$, (b) $f(x) = x^3 - 2$.