

Übungen zur Funktionentheorie I
 — Blatt 6 —

Abgabe: Mittwoch, den 30.5.2007, vor der Vorlesung.

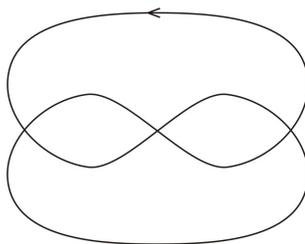
(1) (4 Punkte)

Sei $U \subset \mathbb{C}$ eine offene Menge, $p \in U$ eine komplexe Zahl und $f : U \setminus \{p\} \rightarrow \mathbb{C}$ eine \mathbb{C} -diffbare Funktion. Weiterhin sei $\Delta \subset U$ ein Dreieck mit $p \in \Delta \setminus \partial\Delta$ und $B \subset U$ eine Kreisscheibe mit $p \in B \setminus \partial B$. Zeige:

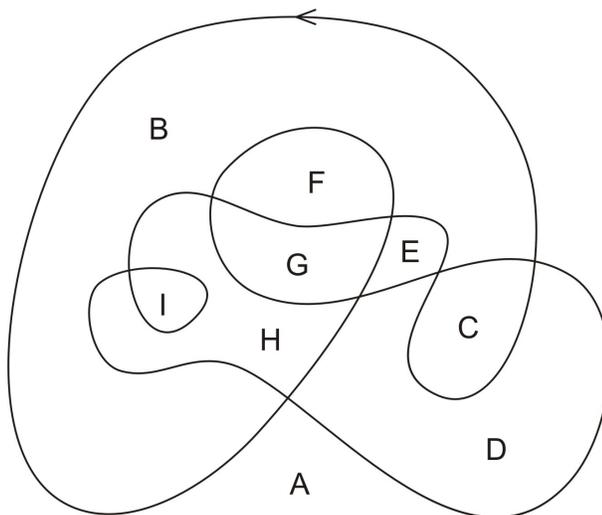
$$\int_{\partial\Delta} f = \int_{\partial B} f.$$

(2) (4 Punkte)

a) Bestimme das Innere des folgenden Weges γ .



b) Bestimme die Windungszahlen von γ auf den Zusammenhangskomponenten $A - I$ von $\mathbb{C} \setminus S(\gamma)$



(Hinweis: Schreibe γ als Summe einfacherer geschlossener Wege und benutze die Additivität der Windungszahl.)

(3) (4 Punkte)

Stelle die Spur von $\gamma(t) := 2 \cos(2t) e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$ graphisch dar, und bestimme die Windungszahlen der Zusammenhangskomponenten von $\mathbb{C} \setminus S(\gamma)$ geometrisch.

(4) (4 Punkte)

Berechne die folgenden Integrale (jeweils über die angegebene Kreislinie) mit Hilfe der Cauchy-Integralformel:

$$(i) \int_{|w|=2} \frac{w-i}{w+i} dw.$$

$$(ii) \int_{|w+2i|=3} \frac{dw}{w^2 + \pi^2}.$$

$$(iii) \int_{|w-\frac{3}{2}|=2} \frac{\sin(\pi w) dw}{(w^2-1)(w+1)^2}.$$